## **Section Littéraire**

# Mathemati Générales

## Deuxième Secondaire

Livre de l'élève Premier Semestre

### **Auteurs**

Mr. Kamal Yones Kabsha

Prof.Dr. Afaf Abo Elfotouh

M. Cerafiem Elias Skander

M. Magdy Abdelfatah Essafty

M. Ossama Gaber Abd-El-Hafez

### المواصفات الفنية

رقم الكتاب	984/11/10/11/4/21
عدد الصفحات	١١٠ صفحة
عدد الملازم	٠٠ ملزمة
نوع ورق المتن روزته	٠ ٨ جم لبيض رود فري
ترع يرق الغلاف روزته	٠٠٠ چم کرشیه ابیض لامع
عدد الزان المتن	٤ ألوان
عدد الران القلاف	٤ أقوان



Première édition 2015/2016

Numéro de Dépôt 10555 / 2015

Numéro de Dépôt International 978 - 977 - 706 - 012 - 7

## **Avant-propos**



Nous avons le plaisir de vous présenter ce manuel et la philosophie sur laquelle le contenue de ce livre a été fonder et que nous allons résumer dans ce qui suit :

- 1 Développé de l'unité de la connaissance et son intégration dans les mathématiques ainsi que l'intégration des notions et la fiaison entre tous les différents domaines des mathématiques scolaires
- 2 Donné à l'apprenant tout ce qui est opératoire des informations, des notions et des stratégies de résolution des problèmes
- 3 Adopte l'accès des normes nationaux et les niveaux éducatifs de l'enseignement en Egypte à partir
  - a ) L'identi fication de ce qui est indispensable pour l'apprentissage des élèves et les motifs d'apprentissage
  - b ) La détermination précise des compétences attendues de l'élève.

Pour cela, on a axé sur les points suivants

- l'apprenussage des mathématiques soit un but à attendre continuellement par l'élève dans sa vie
- la motivation de l'apprenant vers les mathématiques.
- la capacité du travail individuel et le travail en groupe
- l'activité, l'assiduité et la créativité de l'apprenant
- l'aptitude de l'apprenant à communiquer en langage mathématiques
- 4 Suggéré des méthodes et des stratégies d'en seignement dans le livre du maitre
- 5 Suggéré des activités variées convenables au contenue pour que l'apprenant choisisse l'activité qui lui convient
- 6 Estimé les mathématiques et les apports des savants musulmans, arabes et étrangers pour le développement des mathématiques

#### Ce manuel comporte trois domaines :

- L'algèbre, les relations et les fonctions Le calcul différentiel et intégral La trigonométrie.
- On a répartis le manuel en des unités intégrés et interconnectés. Pour chacune de ces unités, il y a une introduction qui indique les compétences attendues de l'élève, un organigramme et les vocabulaires. Chaque unité comprend des leçons dont l'objectif est titré. A apprendre et chacune des leçons commence par une idée principale qui est l'axe de l'apprentissage.
  - Le contenue scientifique est hiérarchisé de plus ample au plus compliqué et comporte des activités, adaptés au niveau de compétence des élèves et à leurs différences individuelles, ces activité visent à relier les mathémanques par les autres disciplines aussi bien que chercher des liaisons et des applications de la vie courante La rubrique Décelez l'erreur vise à remédier les eneurs communes des élèves. Le manuel actuel contient également des que stons liées à l'environnement et son traitement.
- Chaque leçon, contient des exemples variés, suivant les niveaux taxonomique et qui vont de plus facile au plus difficile, suivis par des exercices titrés Essayez de résoudre et enfin de la leçon des Exercices qui propose des problèmes variés abordent les notions et les compétences envisagées au cours de la leçon
- ★ La parti illustrative de l'unité se terrane par un Résumé comporte ce qu'il faut retenir de l'unité ensuit Exercices généraux sur les notions et les capacités acqui ses au cours de l'unité.
- L'unité se termine par un Epreuve cumulative pour mesurer le niveau des compétences attendues acquises à la fin de l'unité
- La clôture du livre est par des Epreuves générales pour évaluer le niveau des compétences attendues acquises à la fin du semestre

Enfin nous espérons que ce travail sera bénéfique pour vous et pour notre chère Egypte.

Et que Dieu soit derrière de l'Intention, guide vers le droit chemin.

## SOMMAIRE

Unité 1 Fonctions réelles et représentation graphique			
1 - 1 Fonctions réelles	4		
1 - 2 Sens de variation des fonctions	13		
1 - 3 Fonctions paires et fonctions impaires	18		
1 - 4 Représentation graphique des fonctions	25		
1 - 5 Équations et inéquations	40		
Résumé de l'unité	47		
Exercices généraux	49		
Epreuve cummulative	51		
Unite 2 Pulssance, Logrithmes et Application 2 - 1 Puissances fractionnaires	ns 54		
2 - 1 Puissances fractionnaires 2 - 2 Fonction exponentielle et application	62		
2 - 3 Equations exponentielles	66		
2 - 4 Fonction logarithme et sa représentation graphique	71		
2 - 5 Quelques propriétés des logarithmes	76		
Résumé de l'unité	83		
Exercices généraux	85		
Epreuve cummulative	87		

## SOMMAIRE

Unité 3 Limites	
3 - 1 Introduction aux limites	90
3 - 2 Déterminé la limite d'une fonction algébriquement	96
3 - 3 Limite d'une fonction à l'infini	103
Résumé de l'unité	109
Exercices généraux	110
Epreuve cummulative	111
Unité 4 Trigonométrie	
4 - 1 Loi de sinus	114
4 - 2 Loi de cosinus	125
Résumé de l'unité	136
Exercices généraux	137
Epreuve cummulative	139
Épreuves générales et Réponse	
Épreuves générales	141
Réponses de quelques exercices	154



# Fonctions réelles et représentation graphique



#### Introduction de l'unité

Les fonctions out plusaurs types et des applications importantes dans les différents domaines de la vie courante. L'astronomie, la médeente, l'économie, le asmographie le géologie et le démographie. Les fonctions sont utilisées Pour calculer les variables météorologiques et la prévision météorologique. Elles servent également pour diagnostiquer les défauts cardiaques à l'aide de l'Électrocardiographie. Dans le domaine du commerce les fonctions servent n à réaliser les bénéfices maxima en étudiant les fonctions de bénéfice et de cout. On utilise les fonctions dans la médeeine sportive pour déterminer le pourcentage de graisse corporelle. Elles sont utilisées dans l'industrie pour étudier l'effet de différentes variables sur la qualité de production.

Le savant Suisse de mathématiques et physique, Leonhard Euler (1707-1783) fut l'un de plus important des savants de 18ième aècle il a généralisé un multitude des expressions mathématiques comme la nation de la fonction sil est le premier qui utilisé la notation y = f(x) pour exprimer la fonction en considérant que la fonction est une relation entre les éléments de deux ensembles de sorte qu'on puisse calculer la valeur d'une variable dépendant y à partir d'un autre variable indépendant choisit librement ce qui est enduit à transformer la géomètre en relations anthinétiques ainsi que les rapports trigonométriques, connues par les pharaons et les babéliens et maitrisées par les arabes, en fonctions trigonométriques.

Dans cette unité, on va aborder des différentes formes des fonctions réelles représentation graphique, transformation le su représentation, logiciels, utiliser les fonctions réelles pour résoudre des problèmes mathématiques et des problèmes de la vie courante dans les différents domaines.

### (

#### Compétences attendues de l'unité

#### Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- Reconnaître le concept de la fonction réelle
- Déterminer l'en semble de définition l'ensemble d'arrivée et l'ensemble image d'une fonction réelle.
- Déduire le sens de variation d'une fonction réelle (oroissante decroissante ou constante)
- Identifier les fonctions paires et les fonctions impaires et les distinguer
- dentifier les fonctions polynômes
- Tracer les courbes représentatives des fonctions (parré – valeur absolue – cubique – rationnelle st

- dédure les propriétés de chacune d'elles
- Déduire l'effet des transformations f(x ± a) ± b, a f(x ± b) ± c sur les fonctions précédenment citées.
- Appliquer les transformations précédentes sur le tracé des courbes des fonctions réelles
- Résoudre des équations de la forme fx + bl = c lax + bl = ldx + c
- Présondre des inéquations de la forme lax+bl <c lax+bl ≤c lax+ bl > n kx+bl ≥ e
- Utiliser les fonctions résiles pour résoudre des problèmes mathématiques et des problèmes de la vie quotidience dans les différents domaines
- D Relier les connaissances étudiées sur transformations précédentes aux fonctions trigonométriques sous forme d'activités
- Utiliser le logiciel Geogebia
- pour représenter les fonctions graphiquement et voir l'effet des transformations sur ces fonctions



#### Vocabulaires de base

- Fonction réelle
- 🖨 Ensemble de définition
- Ensemble d'arrivée
- # Ensemble image
- @ Une droite vertical
- Fonction définie par morceaux
- Composition de fonctions
- Fonction paire

- Fonction impairs
- Sens de variation d'une fonction
- Fonction croissante
- # Fonction décroissante
- Pronction constante
- # Fonction polynôme
- & Fonction waleng absolue (Module)
- Fonction du second degré
- Fonction rationnelle
- A symptote
- Transformation
- Translation
- Symétrie
- Dilatation
- Solution graphique

#### Leçons de l'unité



#### Organigramme de l'unité

Leçon (1 - 1): Fonctions réelles.

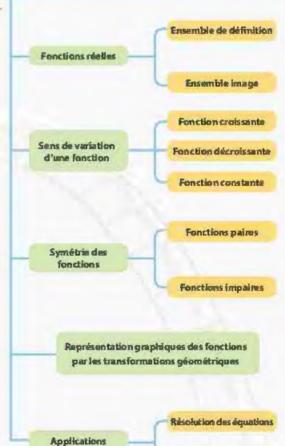
Le con (1 - 2): Seus de variation des fonctions.

Legon (1 - 3): Fonctions paires et fonctions impaires.

Leçon (1 - 4): Représentations graphiques des fonctions

Legon (1 - 5) Equations et inéquations

#### Fonctions réelles et représentation graphique



#### Aides pédagogiques

Calculatrice graphique - Logiciels : de graphisme Geogebra

Résolution des inéquations

### Unité 1

## 1-1

## Fonctions réelles

### Allez

#### Allez apprendre

- La notion de fonction réelle.
- Le test de la droite verticale.
- La fonction définie par morceaux,
- L'identification de l'ensemble de définition et l'ensemble Image de la fonction.
- Les opérations sur les fonctions.



#### Vocabulaires de base

- Fonction
- Ensemble de définition
- Ensemble d'arrivée
- Ensemble image
- Diagramme sagittale
- · Diagramme cartésien
- Droite verticale
- Définition sur plusieurs intervalles (par morceaux).



#### Aides pédagogiques

- Calculatrice
- Logiciels de graphisme



#### Découvrir

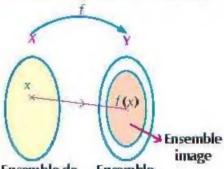
Vous avez déjà étudié la notion de fonction. C'est une relation entre deux ensembles non vides X et Y tels que à chaque élément de l'ensemble X on associe une seule image de l'ensemble Y.

La fonction est notée par l'un des symbole : f, g, h, ....

La fonction fs'écrit de l'ensemble X vers l'ensemble Y comme suit :

#### $f: X \longrightarrow Y$ qui se lit f est une fonction de X vers Y. On remarque que:

- 1- Pour tout élément x ∈ X il existe un élément unique y ∈ Y tel que y = f(x)
- 2- L'ensemble X est appelé l'ensemble de définition de la fonction et l'ensemble Y est appelé l'ensemble d'arrivée de la fonction.
- 3- L'ensemble {y: y=f(x); x ∈ X} est appelé l'ensemble image de la fonction.



Ensemble de définition

Ensemble d'arrivée



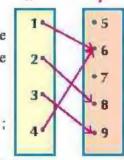
#### Fonction réelle

Une fonction est dite une fonction réelle si son ensemble de définition et son ensemble d'arrivée sont des parties de nombres réelle R



#### Exemple

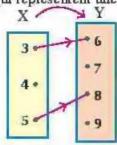
1 La relation de l'ensemble X vers l'ensemble Y indiquée par le diagramme sagittal ci-contre représente une fonction. ensemble de définition = {1; 2; 3; 4} L'ensemble Y est son ensemble d'arrivée = {5; 6;7;8;9}

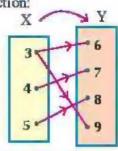


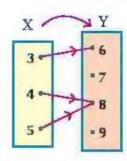
L'ensemble {6; 8; 9} est l'ensemble image de la fonction.

#### 🔁 Essayez de résoudre

1) Précisez, quels sont ceux des diagrammes sagittaux ci-dessous qui représentent une fonction et ceux qui ne représentent pas de fonction. Puis écrivez l'ensemble de définition et l'ensemble image







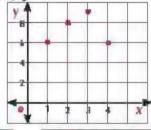
#### La représentation graphique des fonctions

Si  $f: X \longrightarrow Y$  alors l'ensemble des couples (paires ordonnés) qui vérifie la règle de la fonction est appelé le graphe de la fonction est noté  $G = \{(x : y): x \in X : y \in Y : y = f(x)\}$ 

Si on représente cet ensemble dans un repère cartésien, on obtient la courbe représentative de la fonction. Dans l'exemple (1) le graphe de  $f = \{(1, 6), (2, 8), (3, 9), (4, 6)\}$ .

Remarquez que :

- 1- La représentation graphique de la fonction est un ensemble discontinu des points.
- 2- La droite verticale passant par les éléments de l'ensemble de définition coupe la représentation graphique en un seul point.



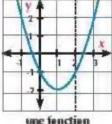


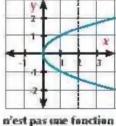
#### A apprendre

#### Test de la droite verticale

Si la droite verticale en tout élément de l'ensemble de définition passe par un seul point des points représentants la relation. La relation est

done est une fonction de  $X \longrightarrow Y$ 



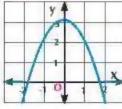




#### Exemple

#### Déterminé les relations qui représentent des fonctions

2 Dans chacune des figures suivantes, montre si Y représente une fonction en x ou non.





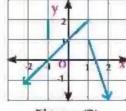


Figure (2)

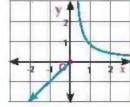


Figure (3)

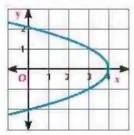


Figure (4)

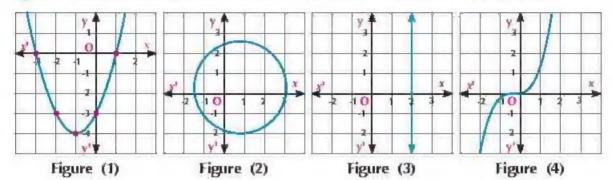
🕟 Solution

- La figure (1) représente une fonction
- La figure (2) ne représente pas une fonction car la droite verticale passant par le point (1 ; 0) coupe la courbe en deux points.
- La figure (3) représente une fonction.
- La figure (4) ne représente pas une fonction car il existe au moins une droite verticale qui

coupe la courbe en plus qu'un point.

#### Essayez de résoudre

2 Panni les figures suivantes, laquelle représente une fonction de X \_\_\_\_\_ Y Pourquoi?



## **Exemple**

#### Détermination de l'ensemble image d'une fonction

3 Soit  $f: [1; 5] \longrightarrow \mathbb{R}$  où f(x) = x+1

Tracez la courbe représentative de la fonction f, en déduire l'ensemble image de f

**b** Soit  $g: [1; 5] \longrightarrow \mathbb{R}$  où g(x) = x + 1

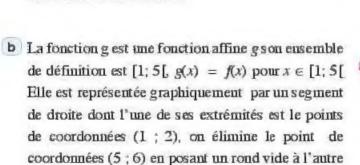
Tracez la courbe représentative de la fonction g, en déduire l'ensemble image de g.

#### O Solution

a La fonction f est une fonction affine f son ensemble de définition est [1;5] Elle est représentée graphiquement par un segment de droite dont les extrémités sont les deux points de coordonnées (1; f(1)) et (5; f(5)) ou les deux points de coordonnées (1; 2), (5; 6).

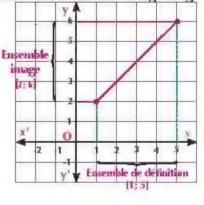
L'ensemble image de f = [2; 6]

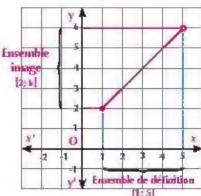
C'est l'ensemble des ordonnées des points appartenant à la courbe de la fonction.



L'ensemble image de g = [2; 6[

extrémité du segment.





#### Escayoz de résoudre

(3) a Soft f: [1 : ∞ [ → R, où f(x) 1 - x

Tracer la courbe représentative de la fonction f, en déduire l'ensemble image de f

b Sort  $g: ] = x; 1[ \longrightarrow \mathbb{R}, \text{ où } g(x) = 1]$ Tracer la courbe représentative de la fonction g, en déduire l'ensemble image de g.

#### Fonction définie par morceau

Pour duminuer la consumation de l'électricité, de l'eau et de gaz, on calcule la valeur de la consumation mensuelle suivant des tranches particulières qui relient la quantité de consommation par sa valeur



#### Travail coopératif

Le tableau suivant indique les tanfs, en piastres, des tranches de la consommation mensuelle du gaz naturel Avec votre camarade, calculez les tanfs, en piastres, de la consommation d'une maison pour les quantités survantes:

	Consommation en	Tarifs en
,	mètres cubes	piastres
	มีบริตุน โล้ 25	40
	Plus que 25 Jusqu'à 50	100
	Plus que 50	150

1-30 mètres cubes par mois. 2-60 mètres cubes par mois.

[Les taxes et les frais de services sont ajoutes après avoir calcule la valeur de la consommation mensuelle] Remarquez que: On peut exprimer le tableau prècédent par la fonction f pour calculer les tarifs de consumation mensuel de x mètre cube où  $x \in \mathbb{R}$ 

$$f(x) = \begin{cases} 40.x & \text{si } 0 \le x \le 25 \\ 100.x - 1500 & \text{si } 25 < x \le 50 \\ 150.x & 4000 & \text{si } x > 50 \end{cases}$$

Cette fonction est une fonction réelle définie par morceaux (définie sur plusieurs intervalles)



#### A apprendre

La fonction définie par morceaux est une fonction réelle, pour quelques parties de son ensemble de définition sont attribués des règles de définitions différentes.



- (4) En utilisant la fonction précedentes, vérifiez votre réponse avec vos camarades, puis calculez les tarifs de la consommation mensuelle de gaz pour les quantités suivantes
  - a 15 mètres cubes
- b 40 mètres cubes
- 9 54 mètres cubes

#### Représentation de la fonction définie par morceaux :



4) Soft 
$$f(x) = \begin{cases} 3 & x & \text{si} & 2 \le x < 2 \\ x & \text{si} & 2 \le x \le 5 \end{cases}$$

Tracez la courbe représentative de la fonction, en déduire l'ensemble définition et l'ensemble image de la fonction.

#### O Spintion

La fonction est définie par morceaux sur deux intervalles, elle est attribuée par deux règles de définitions

La première :  $f_1(x) = 3$   $\lambda$  sur l'intervalle [ 2, 2[

C'est une fonction affine qui est représentée par un segment de droite dont les extrémités sont les points de coordonnées (2, 5) et (2, 1)

en posant un rond vide à l'extrémité du segment de coordonnées (2; 1). car 2 ∉ [ 2, 2[ (voir la figure ci contre)



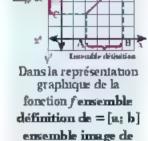
C'est une fonction affine qui est représentée par un segment de droite dont les extrémités sont les Points de coordonnées (2, 2), (5; 5). Donc l'ensemble définition de

$$f = [2; 2] \cup [2; 5] \cup [2; 5]$$

#### Du graphique, on déduit que :

L'ensemble définition de f= [2;5]

L'ensemble image de f-[1:5]



f = [c; d]

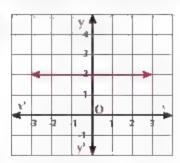
#### Essayoz de résoudre

(5) Soit 
$$f(x) = \begin{cases} x = 1 & \text{si } -2 \le x < 0 \\ x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

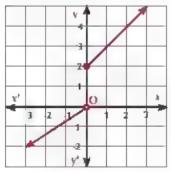
Tracez la courbe représentative de la fonction f. Du graphique, dédiusez l'ensemble image de la fonction.

Dans chacune des figures suivantes, déduisez l'ensemble définition et l'ensemble unage de f.

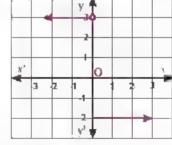
0



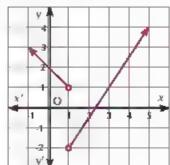
C



, b



d



#### Déterminé de l'ensemble définition d'une fonction réelle et les opérations

On peut déterminer l'ensemble définition d'une fonction réelle à partir de sa règle de définition ou de sa représentation graphique.



#### **Exemple**

### Détermination de l'ensemble définition d'une fonction

(5) Determinez l'ensemble définition de la fonction:

a 
$$f_1(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$$

$$b f_2(x) = \sqrt{x \cdot 3}$$

c 
$$f_1(\lambda) = \sqrt{|x-5|}$$

$$\bar{d}$$
  $f_4(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 



L'ensemble de définition d'une fondion polynôme est l'ensemble des nombres réblies ou une partie de cet eusemble

Colution

La fonction f<sub>1</sub> n'est pas indéfinie lorsque le dénominateur 0 pour cela  $x^2 - 9 = 0$  alors  $x - \pm 3$  l'ensemble définition de  $f_1$  est done  $\mathbb{R}$   $\{3,3\}$ 

b La fonction f. est définie lors que le radicale est positive ou nul, c.à.d. toutes les valeurs de x pour les quelles x = 3 > 0



 $\therefore x \mid 3 \geqslant 0$   $\therefore x \geqslant 3$   $\therefore$  l'ensemble définition de  $f_n = [3 ; +\infty [$ 

c  $f_i(x) = \sqrt{|x|} \cdot 5$ , l'indice de la racine est nombre impaire l'ensemble définition de  $f_i = \mathbb{R}$ 

d La fonction  $f_x$  est définie lors que 3 x > 0L'ensemble définition de  $f_A$ ]  $\infty$ , 3[



Remarquez que:

Soient  $f(x) = \sqrt{g(x)}$  où  $n \in \mathbb{Z}^+$ , n > 1, g(x) est un polynôme

Si n est un nombre impair alors l'ensemble définition de  $f = \mathbb{R}$ 

II) Si a est un nombre pair alors l'ensemble définition de f est les valeurs de v pour les quelles g(v) > 0

🔛 Essayez de résoudre

(7) Determinez l'ensemble definition de chacune des fonctions réelles définies par les règles suivantes

a 
$$f_1(x) = \frac{2x+3}{x^2-3x+2}$$

b 
$$f_n(x) = \sqrt{x-3}$$

$$d f_4(x) = \frac{5}{\sqrt{x+4}}$$

Pense critique: Trouvez la valeur de k, sachant que l'ensemble définition de la fonction f définie  $par_{f}(x) = \frac{2}{2 \cdot 6x + \frac{1}{6}} \operatorname{est} \mathbb{R} - \{3\}.$ 



#### Activité

#### Opération sur les fonctions

Soient f<sub>1</sub> et f<sub>2</sub> deux fonctions dont les ensembles de définition sont D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> respectivement, alors

1 
$$(f_1 \pm f_2)(x) + f_1(x) \pm f_2(x)$$
, I' ensemble définition de  $(f_1 \pm f_2)$  est  $D_1 \cap D_2$ 

**2** 
$$(f_1 f_2)(x) = f_1(x) f_2(x)$$
. I' ensemble définition de  $(f_1 f_2)$  est  $D_1 \cap D_2$ 

3 
$$(\frac{f_1}{f_2})(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$
 où  $f_2(x) \neq 0$  l'ensemble définition de  $(\frac{f_1}{f_2})$  est  $(D_1 \cap D_2) = Z(f_2)$   
Où  $Z(f_2)$  est l'ensemble des zéros de  $f_2$ 

On remarque que: dans tous les cas précédents, l'ensemble définition de la fonction obtenue est égale à l'intersection des ensembles de définition de  $f_1$  et  $f_2$  privé des valeurs qui rend  $f_2(x) = 0$ c'est dans le cas de la division,

Soient 
$$f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
 où  $f_1(x) \longrightarrow 3x - 1$   
 $f_2 : [-2; 3] \longrightarrow \mathbb{R}$  où  $f_2(x) \longrightarrow x - 3$ 

I) Trouvez la règle et l'ensemble définition de chacune des fonctions suivantes

$$(f_1 + f_2)$$
  $(f_1 - f_2)$ 

$$b = (f_1 - f_2)$$

$$d\left(\frac{f_1}{f_1}\right)$$

M Calculez la valeur numérique, si cela est possible, pour chacune des fonctions suivantes :

$$\Rightarrow (f_1 + f_2)(3)$$

$$d(f_1 \cdot f_2)(2)$$

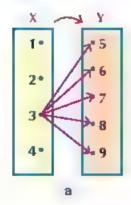
d 
$$(f_1 \cdot f_2)$$
 (2)  $(f_1 \cdot f_2)$  (4)  $(f_1 \cdot f_2)$  (-1)

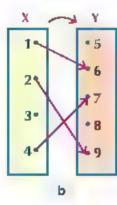


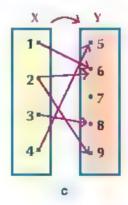


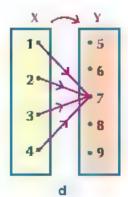
Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées:

1) Parmi les diagrammes sagittaux suivants, la relation qui représente une fonction est

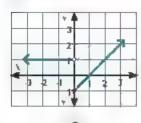


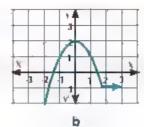


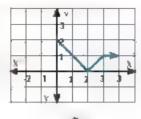


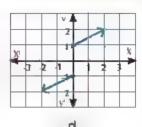


(2) Parmi les diagrammes cartésieus suivants, la relation qui ne représente pas une fonction est.





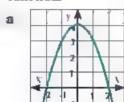


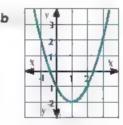


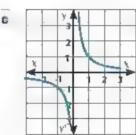
- (3) Laquelle des relations suivantes ne représentent pas de fonction,
  - a {(1; 3), (3; 5), (5; 7), (7; 9)}
- **b** {(2, 3), (3; 4), (2; 1), (3; 5)}
- d {(3,5), (-1,5), (0,5), (2;5)}

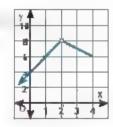
#### Répondre à ce qui suit:

- (4) Soient f: X → R et X = {1; 2; 2; 3} Trouvez l'ensemble image de f sachant que f(x) = 5x - 3
- (5) Soient g: {1; 2; 3; 4; 5} → Z · où g(x) 4x 3
  - a Trouvez l'ensemble image de g
- b  $\operatorname{Si} g(k) = 17$  trouvez la valeur de k
- (6) Dans chacune des figures suivantes, déduire l'ensemble définition et l'ensemble image de fonction









Determinez l'ensemble de définition de la fonction f définies par f(x)

Puis tracez la courbe représentative de la fonction f Du graphique, déduisez l'ensemble image.

(8) Tracez la courbe représentative de la fonction f telle que

 $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x > 2 \\ 2x - 1 & \text{si } x < 2 \end{cases}$  Du graphique, déduire l'ensemble image de la fonction.

9 Soif  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si} \quad 2 \le x < 0 \\ 1 & x & \text{si} \quad 0 \le x \le 4 \end{cases}$  Tracez la courbe représentative de la fonction f

Du graphique, deduisez l'ensemble image de la fonction

Sort  $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si} & 3 \le x < 0 \\ x + 2 & \text{si} & 0 \le x \le 3 \end{cases}$  Tracez la courbe représentative de la fonction f

Du graphique, déduis ez l'ensemble image de la fonction

(1) So if 
$$f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & \text{si } x < 3 \\ -x^3 & \text{si } 3 \le x \le 8 \\ 3x^2 + 1 & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

Tronvez:

- a (2)
- b f(3

- © f(10)
- 12) En lien avec la commerce: La fonction f, felle que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2}x & \text{Si } 0 \le x \le 5000\\ 2x + 2500 & \text{Si } 5000 < x \le 15000\\ \frac{3}{2}x + 10000 & \text{Si } 15000 < x \le 60000 \end{cases}$$

représente la somme, en L.E reçue par l'une des sociétés de la distribution d'un type des appareils éléctriques où x est le nombre d'appareil. Trouvz

a (5000)

b #(10000)

- o f(50000)
- 13 En lien avec la geométrie : Soit p le pénniètre d'un carré de coté / Ecnre le pénniètre en fonction de la longueur de son coté p (/) puis trouver
  - a p(3)

- $b \ p(\frac{15}{4})$
- 14 En lien avec la géométrie; Soit A l'aire d'un cercle de rayon. Ecrue l'aire en fonction de la longueur de son rayon A(r) puis trouver  $A(\frac{1}{2})$  et A(5)
- (15) Déterminez l'ensemble de définition de chacune des fonctions réelles survantes
  - $a f(x) = \frac{x+3}{x^2-5x+6}$

 $b f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ 

c  $f(x) = \sqrt{x-2}$ 

d  $f(x) = \sqrt{4 \cdot x}$ 

### Sens di ation des fonctions

Les propretes de la courbe aident à étudier la variation de la fonction

pour déterminer les intervalles de croissance, de décroissance et les

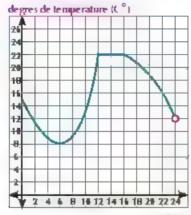
intervalles où la fonction est constante. Autrement dit, c'est l'étude de



#### discutez et réflichissez

Le graphique ci contre indique les températures enregistrées au Caire pendant un jour. Observez la variation de température par rapport au temps, puis déterminez

- a Les intervalles de décroissance de degrés de température.
- b Les intervalles de croissance de degrés de température,



#### Allez apprendre

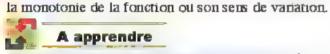


- Sens de variation des fonctions.
- Utilisation du logiciel (Geogebra) pour tracer les courbes représentatives des fonctions

#### Vocabulaires de base 😱 Les intervalles où la variation de degrés de température est constante.



- Sens de variation.
- Fonction crossante
- Fonction décraissante
- Fonction constante

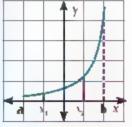


#### A apprendre

Fonction croissante:

On dit que la fonction fest croissante sur un intervalle ]a ; b[

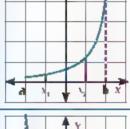
si pour tout  $x_1 \in [a; b[ ; x_2 \in ]a; b[ si x_2 > x_3]$ alors:  $f(x_n) > f(x_n)$ 



#### Fonction décroissante

On dit que la fonction fest décroissante sur un intervalle ]c ; d[

si pour tout  $x_1 \in [c, d]$ ,  $x_2 \in [c, d]$  si  $x_2 \ge x_1$ alors:  $f(x_n) < f(x_n)$ 

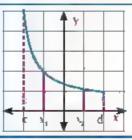


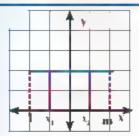
#### Fonction constante.

On dit que la fonction f est constante sur un mtervalle ]/; m[

si  $x_1 \in [\ell]$  m[ $\{x_2 \in [\ell]$  m[ $\{s\}: x_2 \geq x_1\}$ 

alors:  $f(x_i) = f(x_j)$ 





#### Aides pédagogiques

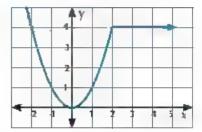


- Calculatrice scientifigue
- Logiciels de graphisme.



#### Exemple

1) Etudiez le sens de variation de la fonction représentée dans la figure or contre.



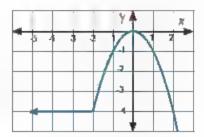
#### Solution

- ➤ La fonction est décroissante sur l'intervalle ] ∞ ; 0[
- ➤ La fonction est crossante sur l'intervalle ]0, 2[
- ➤ La fonction est crossante sur l'intervalle ]2 ; + ∞ [

### 🔝 Essayez de résendre

Dans la figure ci contre.

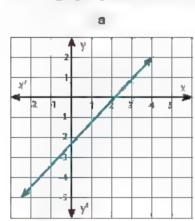
Etudiez les intervalles où la fonction est croissante, les intervalles où la fonction est décroissante et les intervalles où la fonction est constante.

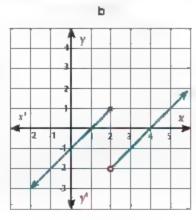


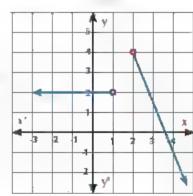
## **5**

#### Exemple

2 Les figures suivantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions Du graphique, déduire l'ensemble image et étudier le sens de variation de chaque fonction







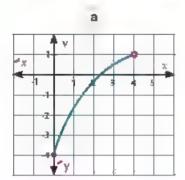
C

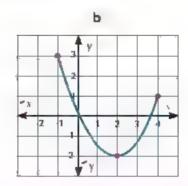
#### O Solution

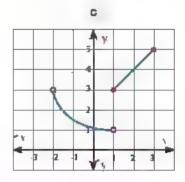
- a L'ensemble définition de f  $\mathbb{R} = \mathbb{R} = \mathbb{R}$   $\infty$ ,  $+\infty$  [, L'ensemble image de  $f = \mathbb{R} = \infty$ ,  $+\infty$  [ la fonction est proissante sur ]  $+\infty$  [
- b L'ensemble définition de  $f=1 \infty ; 2] \cup [2; +\infty[ = ], \infty; +\infty[$  la fonction est croissante sur  $] \infty , 2[$  et la fonction est croissante sur  $] 2 , +\infty[$
- C L'ensemble définition de  $f=] \infty$ ,  $1[\cup 12, +\infty[$ , L'ensemble image de  $f=] \infty$ , 4[ la fonction est constante sur  $] \infty$ , 1[, la fonction est décroissante sur  $] 2, +\infty[$

#### Essayez de résoudre

2 Dans chacune des figures suivantes, déduire l'ensemble définition, l'ensemble unage et étudier le sens de variation de chaque fonction.







#### Utilisation des logiciels pour étudier quelques propriétés des fonctions

Les logiciels qui servent à tracer les courbes des fonctions sont multiples GeoGebra est l'un de plus utile pour la tablette et l'ordinateur,

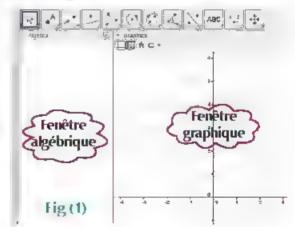


#### Activité

Utilisation du logiciel GeoGebra pour construire des transformations des courbes des fonctions. En Utilisation du GeoGebra représente graphiquement la fonction .  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ . Du graphique : trouver l'ensemble définition et celui d'image .

Pour représenter la fonction graphiquement, suivez les étapes suivantes :

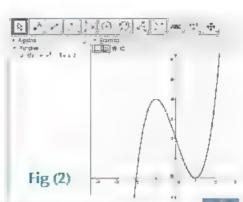
1- Ouvrez la fenêtre algébrique et celle de graphique du logiciel (GeoGebra) puis appuyez sur • Graphics et choisissez pour retrouver la fenêtre indiquee dans la Figure (1)



- 2- Dans la fenêtre algébrique, écrivez la règle de la fonction.
  - $f(x) \rightarrow x^3 3x + 2$  en utilisant la touche (Insérer) comme il est indiqué ultérieurement

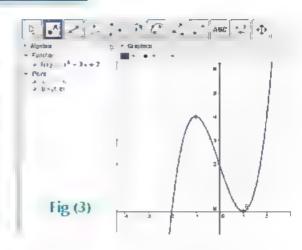


Puis appuyez sur le bouton La courbe apparaîtra dans la partie graphique de l'écran, et la règle apparaîtra dans la partie algébrique Figure (2)



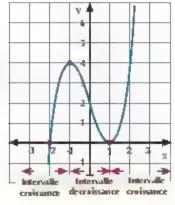
#### 3- Pour déterminer un point de la courbe

choisissez A de la barre outris puis choisissez un nouveau point de la fenêtre. Déplacez le curseur jusqu' à ce que vous arriviez au point souhaité sur la courbe et cliquez sur insérer pour faire apparaître le point sur la courbe. Les coordonnées du point apparaissent dans la fenêtre algébrique comme dans la figure (3)



#### Da la représentation graphique, on trouve que :

- a L'ensemble définition de la fonction  $f = 1 \infty$ ;  $+\infty$  [, l'ensemble image de la fonction  $f = 1 \infty$ ;  $+\infty$
- La fonction est croissante sur ]- ∞ ; 1[, décroissante sur ]1; 1[, croissante sur ]1; +∞[



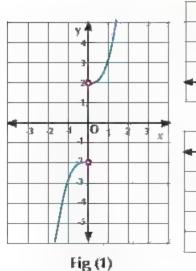
#### Application

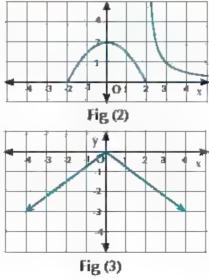
En utilisant le logiciel GeoGebra représente graphiquement la fonction  $f(x) = 3x - x^3$  Du graphique : déterminez le sens de variation de la fonction.

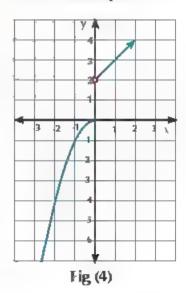


Les figures suivantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions.

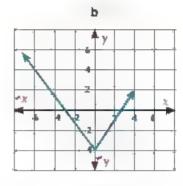
Du graphique, déduire l'ensemble image et étudier le sens de variation de chaque fonction.

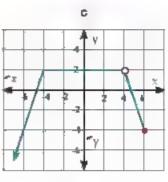


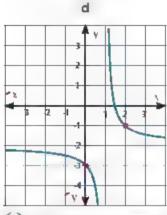


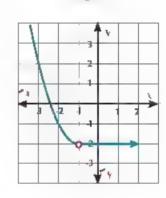


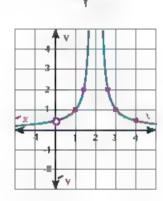
2 Les figures suivantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions Du graphique, déduire l'ensemble définition, l'ensemble image et étudier le sens de variation de chaque fonction.











(3) Soit 
$$f$$
 [2, 6]  $\longrightarrow \mathbb{R}$   

$$f(x) \begin{cases} 4 & \lambda & \text{Si} \quad \lambda < 1 \\ \lambda & \text{Si} \quad 1 \le \lambda \le 6 \end{cases}$$

Représenter graphiquement la fonction f Du graphique, déduire l'ensemble définition de la fonction et étudier son sens de variation

(4) Dans chacun des cas suivants, utiliser un logiciel de graphisme pour représenter la fonction f graphiquement puis déterminer si la fonction est paire ou impaire ou ni paire in impaire ensuite vénfier la réponse algébriquement.

$$a f(x) x^2 - 5$$

$$\mathbf{b} f(x) = 4 x^2$$

d 
$$f(x) = x^3$$

• 
$$f(x) = x^3 - 3x$$

### Unité 1

## 1 - 5

## Fonctions pales of fonctions impaires



#### Allez apprendre

- La symétrie des courbes représentatives des fonctions
- Les fonctions paires
- Les fonctions impaires



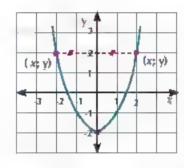
#### Vocabulaires de base

- Symétrie
- · Fonction paire
- Fonction Impaire

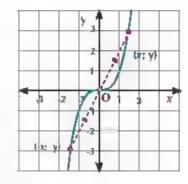
On peut identifier facilement des propriétés geométriques de la courbe représentative d'une fonction f où y = f(x). Ces propriétés peuvent être utilisées pour l'étude des fonctions et leurs applications. Parmi ces propriétés la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées et la symétrie par rapport à l'origine.

#### **Preliminaire**

Vous avez déjà étudié la notion de la symétrie par rapport à une droite où on peut plier la figure le long de la droite pour obtenir deux demi figures superposables. Vous avez également étudié la symétrie par rapport à un point



symétrie par rapport à l'axe des y Figure (1)



symétrie par rapport à l'origine, Figure (2)

### Aides pédagogiques

- Calculatrice scientifique
- Logiciels de graphisme

#### Dans la figure (1):

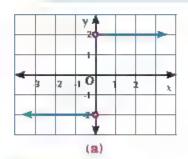
le point (x; y) situé sur la courbe de la fonction est l'image du point (x, y) situé sur la même courbe par la symétrie par rapport à l'axe des y.

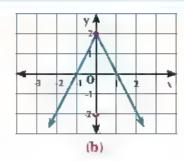
#### Dans la figure (2):

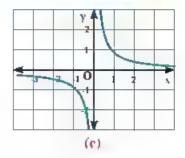
La représentation graphique de la relation entre x et y montre une symétrie par rapport au point d'origine où le point (x, y) de la courbe est l'image du point (x; y) situé sur la même courbe

#### 🔲 Essayoz do résoudre

 Dans chacune des figures suivantes, montrer si la courbe est symétrique par rapport à l'axe des y ou par rapport au point d'origine.







#### Pense critique:

Est ce que toutes les courbes représentatives des fonctions sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées ou par rapport à l'origine ? Pourquoi?

#### Fonctions paires et fonctions impaires



#### A apprendre

Fonction paire: On dit que la fonction  $f: X \longrightarrow Y$  est paire si pour tout x et x appartenant à l'ensemble de définition de la fonction f(x) = f(x). La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des y

Fonction impaire: On dit que la fonction  $f: X \longrightarrow Y$  est paire si pour tout -x et x appartenant à l'ensemble de définition de la fonction f(x) = f(x) La courbe d'une fonction impaire est symetrique par rapport au point d'ongine

Remarquez que: Beaucoup de fonction ne sont pas ni paires ni impaire. Pour étudier la parité d'une fonction, il faut chercher l'existence de x et x dans l'ensemble définition de la fonction, sinon la fonction n'est pas ni paire in impaire. Dans ce cas, ce n'est pas utile de chercher f(x)



#### Exemple

- Etudier la parité de chacune des fonctions suivantes.
  - a  $f(x) x^2$  b  $f(x) x^3$
- $c(x) = \sqrt{x+3}$  d  $f(x) = \cos x$

#### Solution

- a  $f(x) \rightarrow x^2$ . Ensemble définition de  $f = \mathbb{R}$ . pour tout x et x appartenant  $\hat{a} \in \mathbb{R}$ , on  $a:f(x)=(-x)^2-x^2$ 
  - Càd:  $f(x) \sim f(x)$

... La fonction f est paire

- **b**  $f(x) = x^3$ . Ensemble définition de  $f = \mathbb{R}$ pour tout x et x appartenant  $a \in \mathbb{R}$ , on  $a \notin x$   $(x)^3 = -x^3$ 
  - Cà.d:  $f(x) \rightarrow f(x)$

... La fonction f est impaire

#### Remarque importante:

La fonction  $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  où  $f(x) = ax^n$  où  $a \neq 0$  et  $n \in \mathbb{Z}$  est appelée fonction exponentielle, Cette fonction est paire si n est un nombre paire et elle est impaire si n est un nombre impaire

- $f(x) = \sqrt{x+3}$ , Ensemble définition de  $f = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + \infty$ Remarquer que  $4 \in [-3 : +\infty]$  et  $-4 \notin [-3 : +\infty]$ 
  - . Pour tout  $x \in [3, +\infty)$  et  $x \in [3, +\infty]$ La fonction f est ni paire ni impaire.

 $\sin(-x) = -\sin x$  $\cos(-x) = \cos x$ tan(-x) = -tan x

- d (x) cos x Ensemble definition de f
  - Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  on  $x : f(x) = \cos(x) = \cos x$
  - C.a.d. f(x) = f(x) ... La fonction f est paire

#### Lessayez de résoudre

Etudier la parité de chacune des fonctions suivantes.

$$a f(x) = \sin x$$

$$\mathbf{b} \ f(x) = x^2 + \cos x \qquad \qquad \mathbf{c} \ f(x) = x^3 + \sin x$$

$$f(x) = x^3 - \sin x$$

$$d f(x) = x^2 \cos x$$

$$\bullet \quad f(x) = x^3 \sin x$$

$$Uf(x) = x^3 \cos x$$

$$g(x) = x^3 + x^2$$

$$h f(x) = \sin x + \cos x \qquad 1 f(x) = \sin x \cos x$$

$$1. f(x) = \sin x \cos x$$

One déduisez-vous?

#### Propriétés importantes:

Si  $f_1$  et  $f_2$  sont des fonctions paires et  $g_1$  et  $g_2$  sont des fonctions impaires, alors

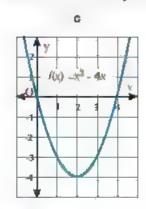
- 1) f<sub>1</sub> + f<sub>2</sub> est une fonction paire
   2) g<sub>1</sub> + g<sub>2</sub> est une fonction impaire.
   3) f<sub>1</sub> × f<sub>2</sub> est une fonction paire.
   4) g<sub>1</sub> × g<sub>2</sub> est une fonction paire.

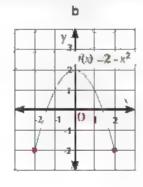
- 5)  $f_1 \times g_2$  est une fonction impaire 6)  $f_1 + g_2$  est une fonction qui est ni paires in impaire En utilisant les propriétés précédentes, vénfiez votre réponse obtenues en Essayez de

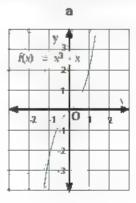
#### Exemple

résoudre (2)

(2) Chaquine des figures suivantes est une représentation de la fonction f; Déterminer graphiquement si la fonction est paire ou impaire ou in paire in impaire puis vérifier la réponse algébriquement







#### Solution (

a  $f(x) = x^3 + x$ ; de la représentation graphique, on remarque que :

L'ensemble définition  $f = \mathbb{R}$  et la courbe de la fonction est symétrique par rapport au point d'ongine Donc la fonction est impaire. Pour vénfier le résultat algébriquement

Pour tout 
$$x \in \mathbb{R}$$
 et  $x \in \mathbb{R}$ 

$$f(x) = (x)^3 + (-x)$$

#### En simplifiant :

$$f(x) = x^3 - x$$

$$f(x) = (x^3 + x)$$

$$f(x) = f(x)$$

Done la fonction est impaire.

#### **b** $f(x) = 2 \cdot x^2$ , de la représentation graphique, on remarque que

L'ensemble définition de f = [-2, 2], et la courbe de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées Donc la fonction est paire. Pour vérifier le résultat algébnquement

$$\therefore$$
 Pour tout  $x \in [2; 2], \exists x \in [2; 2]$ 

$$\therefore f(x) = 2 - (x)^{n}$$

$$f(x) = 2 - x^2$$

$$f(x) = f(x)$$

Done la fonction est paire

#### c $f(x) = x^2 - 4x$ , de la représentation graphique, on remarque que .

L'ensemble définition de  $f = \mathbb{R}$ , et la courbe de la fonction n'est pas symétrique par rapport à l'axe des ordonnées in symétrique par rapport au point d'origine. Donc la fonction est ni paire ni impaire. Pour vérifier le résultat algébriquement

$$x \in \mathbb{R}^{c}$$

: Pour tout 
$$x \in \mathbb{R}$$
,  $\forall x \in \mathbb{R}$   $\therefore f(x) = (x)^2 - 4(x)$ 

$$\therefore f(x) = (x)^{\frac{n}{2}} - 4(x)$$

$$f(x) = x^2 + 4x \neq f(x)$$
 ...  $f$  n'est pas pair

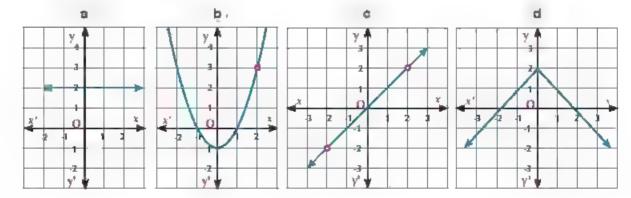
$$-f(x) = -x^2 + 4x$$

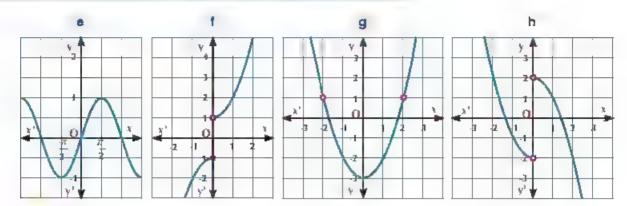
Done 
$$f(-x) \neq f(x)$$

Donc la fonction n'est ni paire ni impaire.

#### 🔲 Essayoz do résoudro

(3) Dans chacune des figure survantes, déterminer si la fonction est paire ou impaire ou n'est pas paire ni impaire





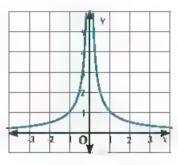
#### 🖢 Exemple

(3) La figure survante représente la courbe d'une fonction f telle

que:  

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Montrer que la fonction f est paire puis vénfiez le résultat algébriquement.



#### 6 Solution

De la représentation graphique ci contre, il est clair que la courbe de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y. Donc la fonction est paire.

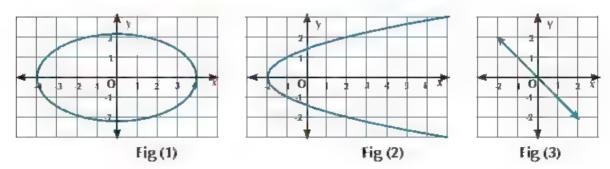
🔝 Escayoz do résoudre

Représentez graphiquement la fonction  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x > 2 \\ x & 2 & \text{si } x < 2 \end{cases}$ 

Du graphique: montrez la parité de la fonction f puis vérifier le résultat algébriquement



1) Indiquez si la courbe est symétrique par rapport à l'axe des abscisses, par rapport à l'axe des ordonnées ou par rapport au point d'ongine, Expliquez la réponse.



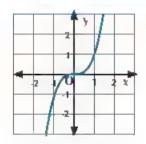


Fig (4)

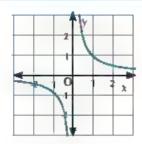


Fig (5)

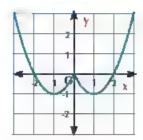


Fig (6)

(2) Trouvez l'ensemble image de chacune des fonctions suivantes en déterminant sa parité

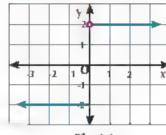


Fig (a)

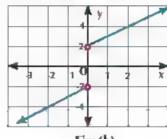


Fig (b)

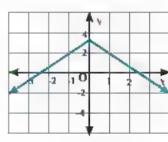


Fig (c)

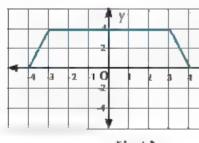


Fig (d)

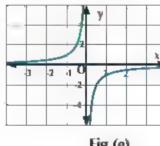


Fig (e)

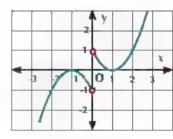


Fig (f)

(3) Etudiez la parité des fonctions suivantes

$$a f(x) \rightarrow x^A + x^2$$

a 
$$f(x) - x^4 + x^2 + 1$$
 b  $f(x) - 3x - 4x^3$  c  $f(x) - 5$ 

$$c f(x) = 5$$

d 
$$f(x) - x^2 - 3x$$

d 
$$f(x) - x^2 - 3x$$
 •  $f(x) - \frac{x^3 - 2}{x - 3}$  •  $f(x) = x \cos x$ 

$$f(x) = x \cos x$$

(4) Soient  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  des fonctions réelles définies par  $f_1(x) = x^5$ ,  $f_2(x) = \sin x$  et  $f_3(x) = 5x^2$ Parmi les fonctions suivantes, indiquez celle qui sont paires, celle qui sont impaires et celle qui ne sont ni paires ni impaires.

a 
$$f_1 + f_2$$

$$\circ f_1 \times f_2 \qquad \qquad \mathsf{d} f_3 \times f_2$$

Tracez les courbes représentatives des fonctions suivantes. Du graphique, déduisez la parité de chaque fonction puis vénfier le résultat algébriquement.

a 
$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x > 0 \\ 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\widehat{\mathbf{d}} f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si} & x \ge 0 \\ 1 - x & \text{si} & x \le 0 \end{cases}$$

(6) Observez les figures puis répondre aux questions survantes

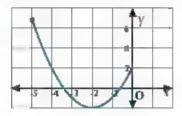


Fig (1)

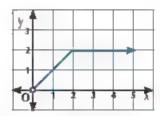


Fig (2)

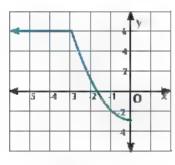


Fig (3)

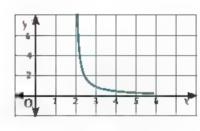


Fig (4)

- I) Complétez la représentation graphique des figures (1) et (3) pour obtenir une fonction paire dans son ensemble de définition.
- II) Complétez la représentation graphique des figures (2) et (4) pour obtenir une fonction impaire dans son ensemble de définition.
- III) Trouvez ensuite l'ensemble de définition, l'ensemble image et le sens de variation dans chaque cas.

# Raresentation graphique des fonctions

1 - 4

#### Fonction polynôme

Vous avez déjà étudié les fonctions polynômes dont l'expression algébrique est sous la forme:  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx$  n où :  $a_0$  :  $a_1$  :  $a_2$  :  $a_3$  :  $a_4$  :  $a_5$  :  $a_6$  :  $a_1$  :  $a_2$  :  $a_3$  :  $a_4$  :  $a_5$  :  $a_6$  :  $a_1$  :  $a_2$  :  $a_3$  :  $a_4$  :  $a_5$  :  $a_6$  :

L'ensemble de définition et l'ensemble d'arrivée sont l'ensemble des nombres réels R (sauf indication contraire). Ces fonctions sont appelées fonctions de degré n. Le degré d'une fonction polynôme non nulle est la plus grande puissance prise par la variable indépendante x. Dans ce qui suit, nous allons étudier quelques fonctions polynômes

#### Remarquez:

- 1-  $\operatorname{Si} f(x) = a_0$ ,  $a_0 \neq 0$  alors fest appelée une fonction polynôme constante.
- 2- Les fonctions polynôme de premier degrésont appelées des fonctions affines, les fonctions de second degré sont appelées fonction carrées et celles du troisième degré sont appelées fonctions cubes
- 3- Si on additionne ous oustrait des fonctions de puiss ances différentes, on obtient une fonction polynôme.
- 4- Les zeros d'une fonction polynôme sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction area l'axe des abscisses

#### Tracé les courbes représentatives des fonctions.

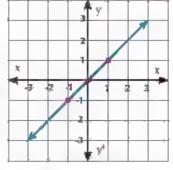
#### (I): Fonctions polynôme:



#### A apprendre

Le graphique ci conte représente la courbe de la fonction  $f \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  telle que :

1) fune fonction affine dont la forme la plus simple est f(x) = x dans ce cas on dit que f est une fonction linéare. La fonction f associe chaque nombre à lui même, elle est représentée par une droîte passant par le point de coordonnées (0; 0), et de pente 1



(Vérifiez que: l'ensemble définition de  $f \in \mathbb{R}$  , f est une fonction impaire , f est croissante sur  $\mathbb{R}$ )

#### Allez apprendre



- Fonctions poly nômes (affine, carrée, cubique)
- Fonction valeur absolue (module)
- Fonction rationnelle
- Utiliser les trans formations géométriques pour tracer les courbes représentatives des fonctions

$$y = f(x) + a$$

$$y = f_1 x + a$$

$$y = f(x + a) + b$$

$$y = f(x)$$

$$y = af(x)$$

$$y = af(x+b) + c$$

 Les transformation de quelques fonctions trigonomètriques.

#### Vocabulaires de base



- Transformation
- Translation
- Symétrie
- Verticale
- Horizontale
- Asymptote

#### Aides pédagog iques



- Calculatnce scientifique
- Logiciels de graphisme

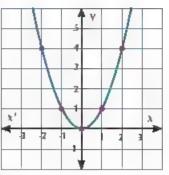
2) f une fonction du seconde degré dont la forme la plus simple est:

$$f(x) = x^{\hat{}}$$

dans ce cas on dit que f est une fonction carrée

La fonction f associe un nombre à son carré, elle est représentée graphiquement par une parabole symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et de sommet le point de coordonnées (0;0)

(Vérifiez que: l'ensemble définition de  $f = \mathbb{R}$ , f est une fonction paire, f est décroissante sur ] = 0; 0 et f est croissante sur ]0;  $+\infty$  [)



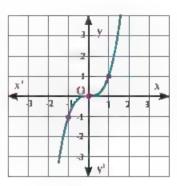
3) fune fonction cubique dont la forme la plus simple est-

$$f(x) = x^3$$

dans ce cas on dit que f est une fonction carrée

La fonction f associe le nombre par son cube, elle représentée graphiquement par une courbe dont le point de coordonnées (0,0) est un centre de symétrie

(Vérifiez que: l'ensemble définition de  $f = \mathbb{R}$ , f est une fonction impaire, f est croissante sur  $\mathbb{R}$ )



## **5**

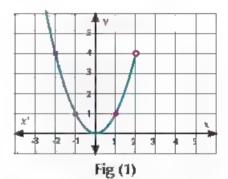
#### Exemple

(4) Tracez la courbe représentative de la fonction ftelle que.

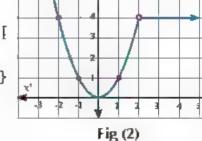
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

## > Colution

1) Si x < 2, f(x) → x²</li>
on trace f(x) = x² pour tout x ] ∞; 2[
en pes ant un rond vide au point de coordonnées (2; 4) figure (1)



. If ensemble image de  $f = [0 ; \pm \infty[$ 



#### Escayoz de résoudre

Tracez la courbe représentative de la fonction f:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$
 en déduisez l'ensemble image et étudiez le sens de variation de la fonction.



### A apprendre Fonction valeur absolue (module)

La forme la plus simple de la fonction valeur absolue (module) est

$$f(x)$$
 at  $x \in \mathbb{R}$ 

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

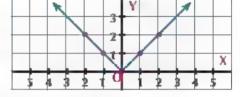
**Remarquez que:** 
$$-3 - 3 - 3$$
,  $0 - 0$ ;  $\sqrt{(2)^2} = \sqrt{2^2} - 2$ 

C'est à dire que: 
$$xi > 0$$
;  $ix = x$ ;  $\sqrt{i^2 - x}$ 

La fonction f est représentée par deux demi droites

d'ongine le point de coordonnée dont la pente de l'une let celle de l'autre l

(Vérifiez que: l'ensemble image de  $f = [0, +\infty[$ , f est une fonction paire , f est décroissante sur ]- $\infty$ ; 0[ et f est crossante sur ]0;  $+\infty$  [)

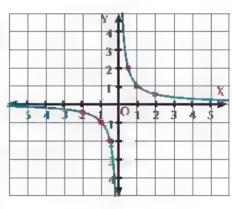


### A apprendre Fonction rationnelle

La forme la plus simple de la fonction rationnel est:

$$f(x) = \frac{1}{i} \; ; x \in \mathbb{R} \; \{0\}$$

La fonction f qui est appelée la fonction inverse, elle relie chaque nombre par son inverse, elle est représentée graphiquement par une hyperbole une courbe dont le point de coordonnées (0 ; 0) est un centre de symétrie (x = 0 et y = 0 sont les asymptotes de la courbé)



(Vérifiez que: l'ensemble définition de  $f \mathbb{R} \{0\}$ , f est une fonction impaire, f est décroissante sur ] ∞, 0[ et f est décroissante sur ]0, +∞ [)

#### Escayez de résondre

(2) Tracez la courbe représentative de la fonction  $f(x) = \begin{cases} x & \text{sû } x \leq 0 \\ 1 & \text{sû } x > 0 \end{cases}$ 

en déduisez l'ensemble image et étudiez le sens de variation de la fonction.

#### La transformation géométrique de la courbe d'une fonction



(I) La transformation verticale de la courbe de la fonction

Travaillez avec votre camarade

- Tracez la courbe représentative de la fonction f.
   f(x) = x<sup>2</sup> en utilisant le logiciel Geogebra
- 2) Posez la le curseur sur le sommet de la courbe et tirez- la une unité verticalement vers le haut.

  Observez la nouvelle règle de la fonction f(x) + x² + 1 figure (1).
- 3) Tirez le sommet de la courbe aux points des coordonnées (0 ; 2) et (0 ; 3) et rédigez vos remarques à chaque fois
- 4) Tirez la courbe de la fonction f(x) = x² deux unités verticalement vers le bas et observez le changement de la règle de la fonction, vous trouvez une nouvelle règle:

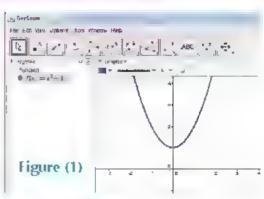
$$f(x) = x^2 - 2$$
 Higure (2)

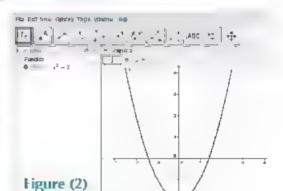
Réfléchissez: Comment peut-on obtenir la courbe de la fonction  $g(x) = x^2 - 5$  à partir de la courbe de la fonction  $f(x) = x^2 - 5$ 

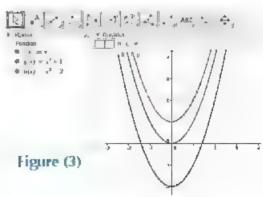
De ce que précéde, on remarque que :

So 
$$f(x) = x^2 + g(x) = x^2 + 1$$
 et  $h(x) = x^2 + 2$ ; alors:

- La courbe de g(x) est la même que (superposable
  à) la courbe de f(x) par une translation
  d'amplitude a unité dans la direction positive
  de l'axe des ordonnées.
- 2) La courbe de g(x) est la même que (superposable à) la courbe de f(x) par une translation d'amplitude deux unité dans la direction négative de l'axe des ordonnées.







**Pensé critique**: En utilisant la courbe de  $f(x) = x^3$ , montrez comment peut on tracez la courbe De chacune des fonctions définies ci desous

a 
$$g(x) = x^3 - 4$$

b 
$$h(x) = x^3 - 5$$



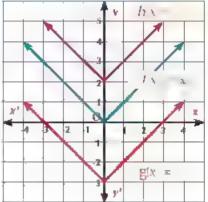
A apprendre

Tracé de la courbe de y = f(x) + a

Pour une fonction f, la courbe d'équation y = f(x) + a est la même que la courbe de y = f(x) par une translation d'amplitude a unité dans la direction  $\overrightarrow{oy}$ , si a > 0, ou  $\overrightarrow{oy}$  si a < 0

#### **Exemple**

(5) La figure ci contre indique les courbes des fonction f, g et h Eonre la règle de g et celle de h sachant que f(x) = x



#### > Solution

La courbe de g(x) est la même que celle de f(x) mais déplacée 3 unités dans la direction négative de l'axe des ordonnées. 😽

$$f(x) = f(x) - 3$$
  $f(x) = x$   $f(x) = x - 3$ 

$$f(x) = x$$

$$g(x) = xi \cdot 3$$

. La courbe de h(x) est la même que celle de f(x) mais déplacée 2 unités dans la direction positive de l'axe des ordonnées oy

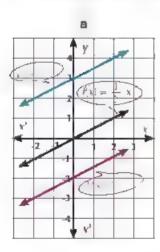
$$\therefore h(x) = f(x) + 2$$

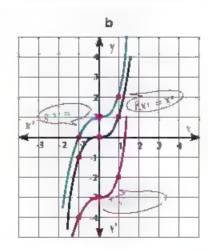
$$f(x) = \log x$$

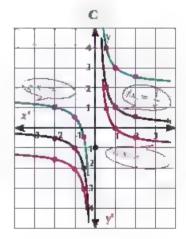
$$\therefore h(x) = xi + 2$$

#### Essayez de résoudre

(3) Les figures suivantes indiquent les courbes représentatives des fonctions f, g et h. Ecrivez les règles de g et h en fonction de f(x) dans chaque figure





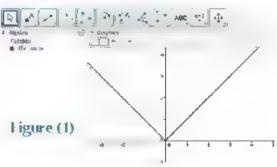


#### Translation horizontal de la courbe d'une fonction

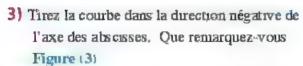
#### Travail coopératif

#### Travaillez avec votre collègue:

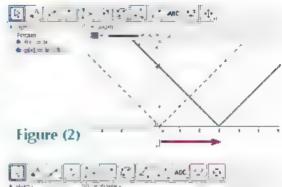
 Tracez la courbe représentative de la fonction f: f(x) # en utilisant le logiciel Geogebra Écrivez la règle de la fonction dans la fenêtre Insérer comme suivant : abs(x) puis cliquer sur l'insérec, la courbe de la fonction apparaît dans la fenêtre graphique et la règle de la fonction f(x) ix dans la fenêtre algébrique Figure (1)

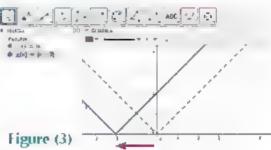


2) Tirez la courbe quelques unités horizontalement dans la direction positive de l'axe des abscisses. Observez la nouvelle règle dans la fenêtre algébrique Figure (2)



**Refléchissez:** Comment peut on obtenir les courbes des fonctions g et h à partir de la courbe de la fonction f. f(x) = xi? Sachant que g(x) = x + 5, h(x) = x + 4.





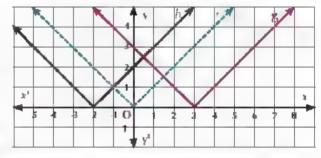
#### A apprendre

Tracé de la courbe de y = f(x+a)

Pour une fonction f la courbe d'équation y = f(x + a) est la même que la courbe de y = f(x) par translation d'amplitude a unité dans la direction  $\frac{1}{2} \sin a < 0$  ou  $\frac{1}{2} \sin a > 0$ 

Remarquez que: Dans la figure or contre

- La courbe de la fonction g est la même que celle de f mais déplacée 3 unités dans la direction de l'axe ax
   g(x) x 3 l'ongue de deux demi
  - g(x) x 3 l'ongine de deux demi drotes est le points de coordonnées (3, 0)



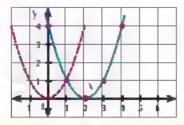
2) La courbe de h est la même que celle de f mass déplacée 2 unités dans la direction de l'axe g(x) = x + 2, et l'origine de deux demi-drotes est le points de coordonnées (2,0)

### Exemple

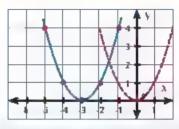
- 6 Utilisez la courbe de la fonction f telle que :  $f(x) = x^2$  pour tracer les deux courbes représentatives des fonctions g et h sachant que
  - $a g(x) (x 2)^3$

b  $h(x) = (x+3)^2$ 

#### Solution



 $\triangleright$  La courbe de  $g(x) = (x - 2)^{-}$  est la même que celle de f(x) x mais déplacée deux unites dans la direction positive de l'axe des abscisses. Les coordonnées du sommet de la courbe sont (0, 2).



ightharpoonup La courbe de h(x)  $-(x+3)^2$  est la même que celle de f(x) x mais déplacée 3 unités dans la direction négative de l'axe des absenses Les coordonnées du sommet de la courbe sont (3,0).

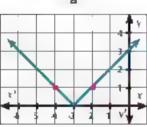
#### 🔃 Econyez de récoudre

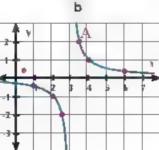
(4) Utilisez la courbe de la fonction f telle que :  $f(x) = x^2$  pour tracer les deux courbes représentatives des fonctions g et h sachant que .

$$g(x) = (x + 4)^{\frac{1}{2}}$$

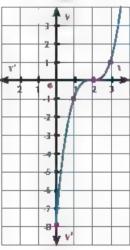
b 
$$h(x) = (x-3)^2$$

(5) Les figures survantes indiquent les courbes représentatives des fonctions fg et h. Écrivez les règles de g et h en fonction de f(x) dans chaque figure:





C



Pensé critique: Comment peut on obteuir la courbe de la fonction  $f(x) = x^2$ , à partir de la courbe de la fonction  $g(x) = (x - 3)^2 + 2$ 

Tracé de la courbe de y = f(x + a) + b

De ce qui précéde, on déduit que : la courbe d'équation y = f(x + a) + b est la même que la courbe de y f(x) par translation horizontale d'amplitude a unités (dans la direction ox si a < 0, ou ox si a > 0), suivi par translation verticale d'amplitude b unités (dans la direction oy si b > 0 on oy si b < 0)

#### Essayez de résondre

6 Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^2$  pour tracer les deux courbes représentatives des fonctions g et his achant que .

a 
$$g(x) = (x + 2)^2 - 4$$

b 
$$h(x) = (3-x)^2 - 1$$



#### Exemple

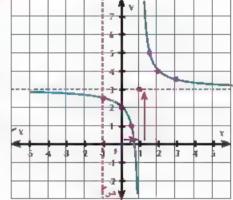
#### Application des transformations géometriques pour traces les courbes

Tracez la courbe représentative de la fonction g telle que g(x) = 1 + 3 Du graphique : déduisez l'ensemble définition et le seus de variation de la fonction



La courbe de g est la même que celle de  $f(x) = \frac{1}{x}$  par une translation d'amplitude une unité dans la direction ox (a = 1 < 0) suivi d'une translation d'amplitude 3 unités dans la direction Le point coordonnées (2;0) est le centre de symétrie de la courbe Ensemble image de g = ix {3}

Sens de variation de g , g est décroissante sur ]  $\infty$ ; 1[ et décroissante sur ] 1;  $\infty$  [



Pensé critique: Peut on dire que la fonction  $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$  est décroissante sur son ensemble

#### Econyoz do résoudre

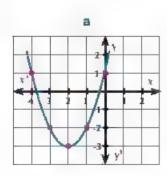
Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = \frac{1}{4}$  où  $x \neq 0$  pour reresenter chacune des fonctions définie ci après

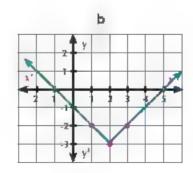
a 
$$g(x) = \frac{1}{x^2} + 1$$

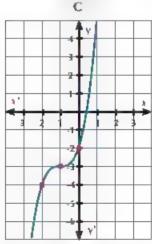
definition? Justifiez votre réponse.

b 
$$h(x) = \frac{2 + 3}{1 + 2}$$

(8) Ecrivez la règle de chacune des fonctions représentées graphiquement par les figures suivantes:





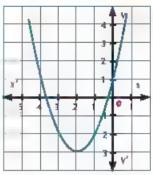


**Remarque:** On peut tracer la courbe de  $f(x) = x^2 + 4x + 1$  en utitilisant la translation verticale et la translation horizontale de la courbe de  $g(x) = x^2$  comme suivant,

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$
 en complétant le carré  
=  $(x^2 + 4x + 4) - 3$   
=  $(x + 2)^2 - 3$ 

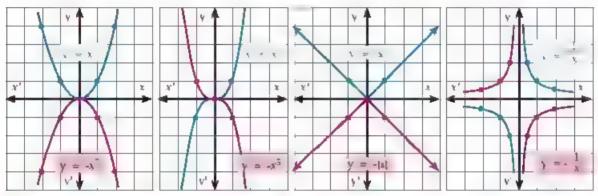
C'est à dure que la courbe de la fonction f est le même que la courbe de la fonction g où  $g(x) = x^2$  par une translation d'imhitude 2 unités dans la direction  $\overrightarrow{ox}$ , suivi par une translation d'imhitude 3 unités dans la direction  $\overrightarrow{ox}$  qui est représenté dans la figure ci contre.





**Application:** En utilisant la calculatrice graphique, tracez la courbe représentative de la fonction  $f(x) = x^2 + 6x + 7$  en dédiusant l'ensemble definition et le sens de variation de la fonction.

(III): Symétrie de la courbe représentative d'une fonction par rapport à l'axe des abscisses. Les figures suivantes montrent la symétrie de quelques fonctions usuelles par rapport à l'axe des abscisses.



Que remarquez-vous? Et qu'en déduisez-vous?



#### A apprendre

Tracé de la fonction y = f(x) Pour une fonction f la courbe de y = f(x) est l'image de la courbe de y = f(x) dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses

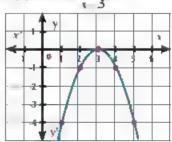


## Application des transformations géométriques pour tracer les courbes représentatives des fonctions

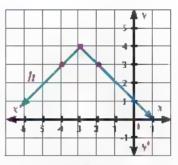
- (8) Utilisez les courbes des fonctions usuelles pour tracer les courbes des fonctions g, h et i telles que
  - a  $g(x) = -(x 3)^{\frac{1}{2}}$
- **b** h(x) = 4 x + 3t
- $0 \ i(x) : 2 \frac{1}{x-3}$

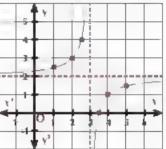
#### O Solution

a La courbe de g(x) est l'image de celle de  $f(x) = x^2$  dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses suivi d'une translation d'amplitude 3 unités dans la direction  $\overline{ox}$ , Les coordonnées du centre de la symétrie de la courbe sont (3,0). La courbe est ouverte vers le bas



- b La courbe de h(x) est l'image de celle de f(x) a dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses survi d'une translation d'amplitude 3 unités dans la direction ext, et d'une translation d'amplitude 4 unités dans la direction ext, Les coordonnées d'origine de deux demi droites sont (3; 4) La courbe est ouverte vers le bas
- La courbe de i(x) est l'image de celle de f(x) = \frac{1}{x} dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses suivi d'une translation d'amplitude 3 unités dans la direction \oxidox, et d'une translation d'amplitude 2 unités dans la direction \oxidox, Les coordonnées du centre de la courbe sont (3 ; 2).





#### Essayoz do récoudro

9 Dans chacun des cas survants, tracez la courbe de la fonction g telle que:

$$g(x) = 3 (x+1)^2$$

**b** 
$$g(x) = (x-3)^3$$

$$e^{-}g(x) = 3 \cdot x \cdot 5$$

Puis justifiez votre dessin en utilisant un logiciel ou une calculatrice graphique

#### (IV): Dilatation de la courbe d'une fonction



#### Travail coopératif

Tracé de la courbe de g(x) = a f(x)Travaillez avec votre camarade.

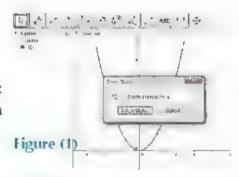
 Tracez la courbe de la fonction f(x) x<sup>2</sup> en utilisant le logiciel Geogebra dans la fenetre Inserer, écrivez la règle de la fonction comme suivant;

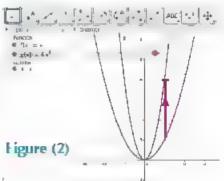
$$\overline{a} \leftrightarrow \overline{\chi} \wedge \overline{2} \rightarrow 1$$

Une nouvelle fenêtre apparanta (Figure 1) en choisissez créei des cuiseurs

2) Utilisez le curseur des valeurs pour choisir d'autres valeurs de a où a < 1 Observez le changement de la courbe par rapport à la courbe de la fonction f pour tout x ∈ R Figure (2) Faisez le meme pour a > 1 Figure (3)

Que remarquez-vous ? Qu'en déduis ez-vous ?





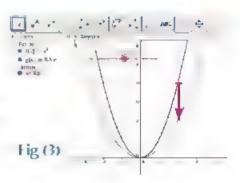


#### A apprendre

#### Tracé de la courbe de y = a f(x)

Pour une fonction f, la courbe de y = a f(x) où a > 0Est une dilatation verticale de la courbe de y = f(x); de de coefficient = a. Cette dilatation est un agrandissement si a > 1 et est reduction si a < 1

Tracé la courbe de la fonction h telle que h(x) = a f(x+b) + c



#### **Exemple**

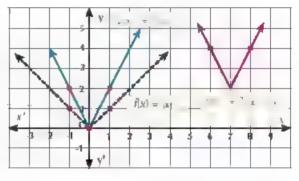
(9) Utilisez la courbe de la foction f telle que f(x) ...x pour tracer les deux courbes des fonctions g et h telles que

$$a g(x) = 2 xt$$

b 
$$h(x) = 2x - 71 + 2$$

#### O Solution

- a Tracez de la courbe de g(x) La courbe de g est une dilatation verticale de la courbe de la fonction f de coefficient a
  2 > 0 Alors pour tout (x; y) ∈ graphe de g, (x; 2 y) ∈ graphe de g
- b La courbe de h(x) est l'image de celle de f(x) par une translation d'amplitude 7 unités dans la direction  $\frac{1}{2}$ , suivi



d' une translation d'amplitude 2 unités dans la direction oy

#### 🚺 Essayez de resoudre

(10) Utilisez la courbe de la foction f telle que  $f(x) = x^2$  pour tracer les deux courbes des fonctions g et h telles que .

$$\mathbf{a} \quad \mathbf{g}(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

$$b$$
  $b(x) = 2 - \frac{1}{2}(x - 5)^2$ 

Justifiez votre dessin en utilisant un logiciel ou une calculatrice graphique puis déterminez l'ensemble image et le sens de variation de la



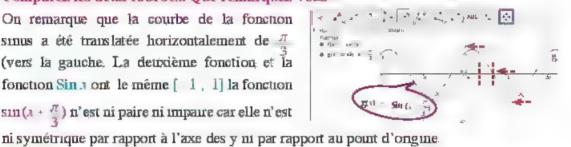
#### Activité

Application des transformations géométriques étudiées pour les fonctions de sinus de cosmus

#### Fonctions trigonométriques (courbe de la fonction sinus)

- a) Translation de la courbe de la fonction dans la direction de l'axe des abscisses:
- 1) Utiliser le logiciel (Geogebra) et régler ses paramètres pour que la graduation de l'axe des abscisses soit en radians. Pour cela, avec un clic droit sur l'interface, choisir (axe des abscisses) dans la dermère ligne puis choisir le mode de graduation (\(\pi\))

- 2) Dans la zone virtuelle, située en bas de l'écran, tapez l'instruction sin (x) puis appuyer sur (enter) La courbe de la fonction sinus s'affiche. La couleur et l'épaisseur de la courbe peuvent être reglées par un che gauche sur la courbe de la fonction survie par le choix de la couleur désirée et l'épaisseur de la courbe etc
- 3) De la même mamère, on tape:  $((3\pi) + x) \sin \alpha$  qui veut dire:  $y = \sin(x \pi)$  pius on appuie sur (enter) puis on accorde une autre couleur à la nouvelle courbe
- 4) Comparez les deux courbes. Que remarquez-vous? On remarque que la courbe de la fonction sinus a été translatée horizontalement de 4 (vers la gauche. La deuxième fonction et la fonction Sin a ord le même [ 1, 1] la fonction sın(a + 47) n'est ni paire ni impaire car elle n'est



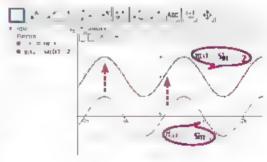
Pourréfléchir: Quelletranslation dans la direction de l'axe des x peut porter la courbe de la fonction:

- $\frac{\pi}{2}$ ) par rapport à la courbe de la fonction sin  $\pi$ ? II) Translation de la courbe de la fonction dans la direction de l'axe des ordonnées
- 1) Tracer la courbe représentative de la fonction y sui x comme précédemment
- Tracer, en une autre couleur, la courbe représentative de la fonction y sin x + 2.

Comparer les deux courbes. Que remarquez-vous ?

Dans la représentation graphique. on trouve que la courbe de la deuxième fonction est obtenue de la courbe de y sin(a), par une translation de 2 unités vers le haut. On remarque que l'ensemble image de la

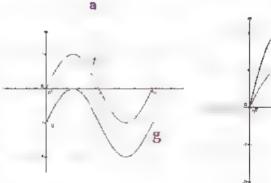
deuxième fonction est [1; 3] car on a translaté la courbe de la première fonction de 2 unités dans la direction positive de l'axe des y. On

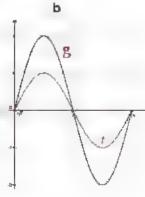


remarque également que la fonction  $y = \sin x + 2$  n'est ni paire ni impaire

#### Pense critique:

Dans chacune des figures ci-dessous : Decrivez les transformations géométriques de la courbe de la fonction f pour tracer la courbe de la fonction g, puis déterminez son ensemble image et étudiez le sens de variation de la fonction.







#### Exercices 1 - 4



(1) Tracez la courbe représentative de la fonction f du graphique

$$\mathbf{a} \quad f(\lambda) = \begin{cases} \lambda & \text{si } \lambda \leq 0 \\ \lambda^2 & \text{si } \lambda > 0 \end{cases}$$

$$b f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < 2 \\ x^2 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$$

$$c \quad f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$d f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ x! & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

#### Choisissez la bonne réponse parmi les réponses données:

La courbe représentative de la fonction  $g(x) = x^2 + 4$  est le même que celle de la fonction  $f(x) = x^2$  par une translation d'amplitude 4 unités dans la direction.

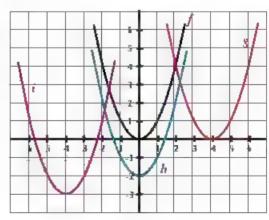
- b ox
- c oy
- d ov
- (3) La courbe représentative de la fonction g(x) = x + 3 est le même que celle de la fonction f(x) = x par une translation d'amplitude 3 unités dans la direction.
  - a ox
- b ox
- D OV
- d oy'
- 4 Les coordonnées du sommet de la courbe de la fonction  $f(x) = (2-x)^2 + 3$  sont.
  - a (2:3)
- b (2; -3)
- c (-2;3)
- d (2; 3)
- (5) Les coordonnées du centre de symétrie de la courbe de la fonction  $f(x) = 2 (x+1)^3$  sont
  - a (1:2)
- b (1,2)
- o (2:1)
- d (2; 1)
- (6) Les coordonnées du centre de symétrie de la courbe de la fonction  $f(x) = \frac{1}{x-3} + 4$  sont
  - a (3; 4)
- b (-3; 4)
- 6 (3:4)
- d (-3, 4)

#### Répondez à ce qui suit:

 $\bigcirc$  Dans la figure ci contre, on trace la courbe de la fonction  $f(x) = x^2$ 

La courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnées x et y

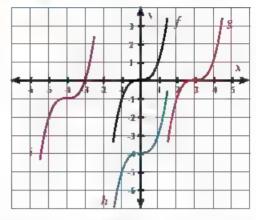
Écrivez les règle de chacune des fonctions  $\triangleright g$ , h et i



(8) Dans la figure et contre, on tracé la courbe de la fonction  $f(x) = x^3$ 

La courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnées x et y

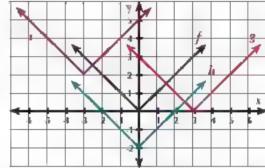
Écrivez la règle de chacune des fonctions : g, h et i



Dans la figure ci-contre, on tracé la sourbe de la fonction f(x) | x |

La courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnees x et y.

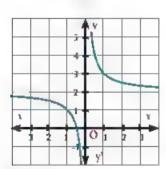
Écrivez la règle de chacune des fonctions  $\cdot$  g , h et  $\iota$ 



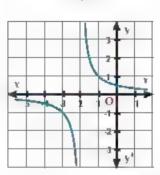
Dans la figure ci contre, on tracé la courbe de la fonction  $f(x) = \frac{\ell}{x}$ , la courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnées x et y.

Écrivez les règles de chacune des fonctions représentées dans chacune des figures ci-dessous

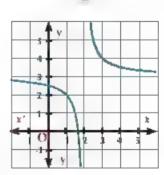
a



Ь



-0



Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^2$  pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions definies et dessous.

$$f_1(x) = x^2 - 4$$

$$f_{2}(x) \cdot (x + 3)^{2}$$

$$f_3(x) \cdot (x-1)^3 - 2$$

12 Utilisez la courbe de la fonction f telle que f(x) = x pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions definies et dessous.

$$f_1(x) = x^{1+1}$$

$$b = f_n(x) = x + 2$$

$$f_1(x) = x-3-2$$

> Puis déterminez les coordonnées des points d'intersection de la courbe avec les axes des coordonnées dans chaque cas.

- (13) Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^3$ . pour tracer la courbe representative de chaqune des fonctions définies et dessous
  - a  $f_n(x) = f(x) 3$
- **b**  $f_n(x) = f(x-2)$
- c f(x) f(x+3) + 2

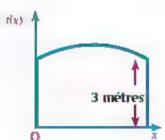
Puis déterminez les coordonnées de centre de symétrie dans chaque cas.

- 14) Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = \frac{1}{x}$ pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définies et dessous
  - a g(x) = f(x-3)
- b g(x) = f(x) + 2
- e g(x) = f(x 2) + 2
- 15) Unlisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^2$ pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définites et dessous :
  - $\theta f_i(x) = 4 x^2$
- **b**  $f_n(x) = (x-3)^2$  **c**  $f_n(x) 2 (x+3)^2$
- 16 Utilisez la courbe de la fonction ftelle que f(x) = x pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définies et dessous
  - $\mathbf{a} \quad f_1(x) = 2 \quad x^{\dagger}$

- $\mathbf{d} f_i(x) = 2x\mathbf{1}$
- $f_{x}(x) = 5 2 \times 2$
- 17) En utilisant les transformations géométriques convenables, tracez la courbe représentative de la fonction f définie ci dessous. Puis étudiez le sens de variation de f dans chacune des cas

$$\mathbf{a} \quad f_{i}(x) = \begin{cases} x^{2} + 2 & \text{si} & x > 0 \\ x^{2} - 2 & \text{si} & x < 0 \end{cases} \quad \mathbf{b} \quad f_{i}(x) = \begin{cases} x^{2} + 1 & \text{si} & -4 \leqslant x < 0 \\ x^{2} - 1 & \text{si} & 0 \leqslant x \leqslant 4 \end{cases}$$

18 En lien avec l'industrie : Dans la figure ci contre Les deux (x) hauteurs latérales d'un portail métalique bombé est de 3 metres de longueur chacune et la forme de son arc superieure suit la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = a(x-2)^2 + 4$  Trouvez:



- a La valeur de a
- a la largeur de la portail
- b la hauteur maximale de la portail
- 19 En lien avec la géométrie la commerce : Un commerçant de céréales paye 50 livres egyptiennes pour chaque tonne entre ou sorti de son entrepôt comme frais de chargement. Ecrivez la règle de la définition de la fonction qui exprime le cout de chargement et représentela graphiquement
- (20) En lien avec les nouvelles communautes urbaines : On a privé des parcelles de terrairs rectangulaires pour l'hébergement des jeunes gens dans une des nouvelles communautés turbaines. Si la longueur de chaque parcelle est x mètres et son aire est 400 mètres carrés
  - Ecrivez la règle de la fonction qui exprime la largeur du terrain en fonction de sa longueur et représentez-la graphiquement
  - b Du graphique, trouvez la longueur du terrain dont la largeur est 25m. Vénfiez cela algébnquement.

## 1-5

## Equations et incrumba

### Allez apprendre

- Résolution des équations de la valeur bsolue graphiquement.
- Résolution des équations de la valeur absolue algébrique ment.
- Résolution des inéquations de la valeur absolue graphiquement.
- Resolution des inéquations de la valeur absolue algebriquement.
- Modélisation des problèmes et des applications quotidiennes et sa résolution en utilisant les équations et inéquation de la valeur absolue

## 70

#### Vocabulaires de base

- Equation
- Inéquation
- Resolution graphique



#### Aides pédagogiques

- Feuilles quadrillées
- Logiciels de graphisme.

#### (I) Résolution des équations



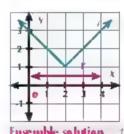
#### Réflichissez et discutez

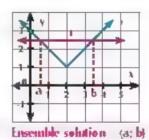
Dans un même repere tracez les courbes représentatives de deux fonctions f et g où f est la fonction de valeur absolue et g est fonction affine Observez le graphique puis répondre.

- Quel est le nombre des points probable d'intersection de deux courbes ?
- Les points d'intersection de deux courbes, vénfient ils tes règles de deux fonctions?

#### Remarquez que:

- Aux points d'intersections, s'ils existent, on a : f(x) g(x), et réciproquement pour tout x appartenant à l'ensemble de définition commune de deux fonction.
- 2) Pour deux fonctions f et g l'ensemble solution de l'équation f(x) = g(x) est l'ensemble des abscisses de points d'intersection comme il est indiqué dans les figures suivantes.







Résolution de l'équation :  $|\mathbf{a} x + \mathbf{b}| = \mathbf{c}$ 

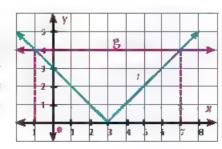
#### **Exemple**

1) Résoudre l'équation 🔉 3 4 graphiquement et algébriquement.

#### O Solution

Posons f(x) = x - 3 et g(x) = 4

On trace la courbe de la fonction
 f(x) = x - 3 en déplaçant la courbe
 de la fonction f(x) = x trois unités
 dans la direction de cos



à l'axe des abscisse et passant par le point de coordonnées (0, 4)

Les coordonnés des points d'intersection des deux courbes sont (1,4), (7;4)

L'ensemble solution de l'équation est : { 1 : 7}

Solution algébrique :

Solution algebrique:

D'après la définition de la fonction valeur absolue  $f(x) = \begin{cases} x & 3 & \text{si} & x > 3 \\ -x + 3 & \text{si} & x < 3 \end{cases}$ 

Pour x > 3: x - 3 - 4

c'est à dire:  $x = 7 \in [3]$ ;  $\infty$ 

Pour  $x \ge 3$ : -x+3 - 4

c'est à dure:  $x = 1 \in [-\infty; 3]$ 

L'ensemble solution de l'équation est : { -1; 7} ce qui confirme la solution graphique,

🔝 Escayez de résoudre

1) Résoudre chacune des équations suivantes graphiquement et algébriquement,

a  $[x \ 4 = 0]$ 

b x +1 -0

c r=7 = 5

Quelques propriétés de la valeur absolue d'un nombre



#### A apprendre

1) ab = al × b Par exemple.

 $|2 \times 3|$  6 6 et  $2 \times -3 = 2 \times 3 = 6$ 

2) a + b ≥ a + b

L'égalité est obtenue si les deux nombres a, b sont de même signe. Par exemple.

14+5 4+15 = 9 et 4 5 + 4+ 51 = 9

3) x - x - x

Remarquez que:

1) Si al a x : a pour tout a∈ R alors x a ou

2) Si a b alors a - b on a = b pour tout  $a \in \mathbb{R}$ ;  $b \in \mathbb{R}$ 

3) a - x | x a

Résolution de l'équation:  $|\mathbf{a} x + \mathbf{b}| = |\mathbf{c} x + \mathbf{d}|$ 



(2) Résoudre l'équation x-3 = 2x+1 graphiquement.

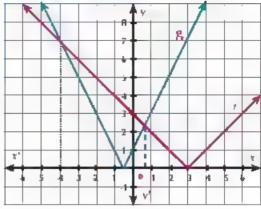
Solution

Posons f(x) a 3 et g(x) = 2x + 1

La courbe de la fonction f et le même que la courbe de x Par une translation d'amplitude trois unités dans la direction de

$$g(x) = 2x + 1$$
  $[2(x + \frac{1}{2})]$   
 $g(x) = 2[x + \frac{1}{2}]$ 

La courbe de la fonction  $f(x) \rightarrow x$  3 et le même que la courbe de 2 x en la déplaçant horizontalement  $\frac{1}{n}$  unités dans la direction de ces1 Les coordonnées des points d'intersection des courbes des deux fonctions f et g sont (4,7) et  $(\frac{2}{3},\frac{5}{2})$ 



L'ensemble solution de l'équation est  $\{4; \frac{2}{3}\}$ 

### Essavez de résoudre

(2) Résondre graphiquement chacune des équations suivantes

$$a = x + 7 = 2x + 3$$



#### Exemple

(3) Trouver algébriquement l'ensemble solution de chacune des équations survantes

#### O Solution

a x + 7 = x - 5 x + 7 = x - 5 mais 7 = -5 (impossible). on x + 7 = x + 5 et donc : 2x = 2Done l'ensemble solution est { 1}



pour tout  $\mathbf{z} \in \mathbf{R}$  et  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}$  si  $\mathbf{b} \mathbf{i} = \mathbf{b} \mathbf{i}$ alors:  $a = \pm b$ 

#### Vérification:

En posant x = 1 dans les deux membres de l'équation, on trouve que ' Membre de gauche Membre de droite 6. Donc l'ensemble solution est { 1}

b 1 + 61 9 - 9-21  $1.\sqrt{(X-3)^2} = 9.2\pi$  e'est à dire  $1.4 \times 31 = 9.21$ On a done:  $x = 3 - \pm (9 - 2x)$ 



pour tout a . R. on a

 $\triangle x = 3 + 9 + 2x + 3x + 12$  et donc x = 4

 $\sqrt{\mathbf{z}} = |\mathbf{z}|$ 

On x = 3 - 9 + 2x.

x 6

Par substitutions des valeurs de x dans les deux membres de l'équation

- Sta 4 le membre gauche le membre droite 1 a 4 est une solution de l'équation
- Si x = 6 le membre gauche le membre droite = 3 = x = 6 est une solution de l'équation

L'ensemble solution est : { 4; 6}

#### Essayez de réseudre

(3) Trouver algébriquement l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

$$a |x-1| 2 |2-x| = 0$$

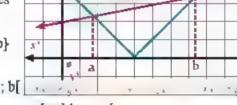
b 
$$\sqrt{x^2 \cdot 4x + 4} = 4$$

#### (II) Résolution des inéquations

Vous avez déjà étudié les équations. Une in équation est une proposition mathématique qui contient l'un des symboles (<, >,  $\leq$ , >) Resoudre une in équation consiste à trouver l'ensemble des valeurs de l'inconnue qui rendent l'inégalité vraie.

#### Résolution des inéquations graphiquement

La figure of contre montre les courbes représentatives de deux fonctions f et g où  $y_1 - f(x)$  et  $y_2 - g(x)$ L'ensemble solution de l'équation f(x) - g(x) est  $\{a : b\}$ C'est-à-dire que:  $y_1 = y_2$  si x = a où x = b

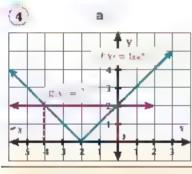


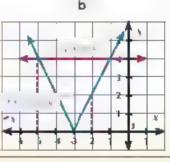
On remarque que:  $y_1 \le y_2$  C.  $\lambda$ d.  $f(x) \le g(x) \sin \epsilon a$ ; b[]

$$y_1 > y_2 \text{ C.a.d. } f(x) > g(x) \text{ six } \in ] \Leftrightarrow a[\Box] b; +\infty[$$

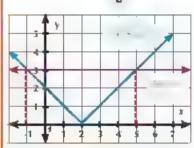


#### Exemple





C



Ensemble solution de l'inéquation

$$|x + 2| < 2$$

est:] 4:0[

Ensemble solution de l'inequation

est:] ∞; 5]∪[1;+∞[ ou: ℝ - ]1;5[ Ensemble solution de l'inéquation

est: [1;5]

#### 🔝 Essayoz de résoudre

(4) Trouvez l'ensemble solution de chacune des in équations suivantes en vos aidant par les figures de l'exemple (7):

$$x_{-2} > 3$$

#### Résolution des inéquations algébriquement



#### A apprendre

(I): Si  $x \le a$  et a > 0 alors:  $a \le x \le a$ 

(II): Si x > a et a > 0 alors: x > a on x < a

#### Exemple

Trouver, sous la forme d'un intervalle, l'ensemble solution de chaqune des inéquations suivantes:

a x 3 < 4

| b 
$$\sqrt{x^2 - 2x - 1} \ge 4$$

#### O Solution

a x=3 < 4 c.à.d. 4 < x=3 < 4

En ajoutant 3 aux membres de la double inégalité

$$\therefore -4 + 3 < x = 3 + 3 < 4 + 3$$
 ca.d.  $-1 < x < 7$ 

L'ensemble solution = [-1; 7]

 $b = \sqrt{(x-1)^2} - \alpha + 1$  d'où  $\alpha + 1 \ge 4$ 

 $|x-1| \ge 4$  donc  $x \ge 5$ ;  $x-1 \ge 4$  donc  $x \ge 3$  $x \in \mathbb{R}$  1 3; 5

 $\therefore$  L'ensemble solution est  $]-\infty$ ;  $=3] \cup [5$ ;  $+\infty[$ 



pour tout a , b , c

a + b, b < c

alors a < c

si: a < b alors

a+e < b+e

ac < b c en c > 0

ac>bcenc<0

#### Essayez de résoudre

Trouver, sous la forme d'un intervalle, l'ensemble solution de chacune des in équations survantes :

a 
$$x / 7 < 11$$

**b** 
$$3x + 7 \le 8$$

Pense critique. Ecrivez sous la forme d'un intervalle de valeur absolue pour ce qui suit.

b 
$$x ≤ 2; x ≥ 2$$

#### **Applications quotidienne**



#### Exemple

#### Metéorologique Un jour

6 La station Metéorologique a enregistrée la température sur le Caire, elle a trouvé 32° ce qui est différent par 7° de taux normale dans ce jour. Quel est le degré de témperature probable sur le Caire dans ce jour?

#### Solution

Supposons que le degré de témperature probable sur le Caire dans ce jour  $= x^{\circ}$ 

192

185

Alors 
$$x = 32 + 7 = 39$$
 ou  $x = 32 + 7 = 25$ 

C'est à dire que le degré de température probable sur le Caire dans ce jour est 39° ou 25°

#### L'acayez de résoudre

6 Medecine sportive: Le poids de Bassem est différent du poids normal correspondant à sa taille par 5 kilogrammes. Quel est le poids probable de Bassem si son poids naturel est 60 kilogrammes?

## 0

## Exemple Employs vacant

- 7 Une société de gaz naturel nomme les lecteurs des compteurs suivant leurs tailles. On accepte les candidats dont la taille est de 178 à 192 cm. Exprimez les tailles possibles des candidats qui se présentent pour occuper le poste par une inéquation en utilisant la valeur absolue,
- > Solution

Supposons que la taille du candidat ... x cm

$$178 \le x \le 192$$

en ajoutant 185 aux membres de l'inéquation ;

$$178 - 185 \le x - 185 \le 192 - 185$$

$$47 \leq x = 185 \leq 7$$

178

192 + 178

#### Escayez de récoudre

Ecrivez l'inéquation de la valeur absolue qui exprime :

La note d'un étudiant dans un examen est de 60 à 100 points



#### Activité

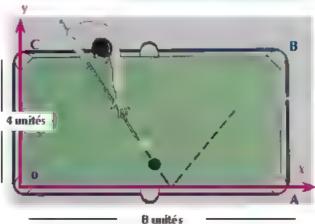
#### Utilisé les fonctions pour résoudre de problèmes

#### mathématique, et de la vie courante

Remarquez que: Si un rayon de lumière est projeté sur une surface réfléchissante (un miroir), la trajectoire du rayon lumineux est soumise à la fonction valeur absolue de telle

sorte que l'angle de l'incidence soit égal à l'angle de réflexion. Comme la trajectoire d'une balle de billard avant après le choc avec la bande de billard dans certains cas. La figure ci contre : montre que le joueur de billard tire vers la bille noire Considérons que ex et ey les deux axes de coordonnées et la trajectoire du balle est définie par la fonction  $f(x) = \frac{4}{3} \ln 5$  Est ce que la bille noire va tomber dans le trou B? Justifiez votre réponse.







#### Complétez ce que suit :

- 1 L'ensemble solution de l'équation .x. = 1 est
- L'ensemble solution de l'équation |x| + 3 = 0 est
- (3) L'ensemble solution de l'équation x = 2 ≥ 0 est

Choisissez de la liste suivante l'ensemble solution convenable de chaque équation ou inéquation de ce qui suit :

- (4) |x 2| = 3
- (5) x 2 < 3
- (6) |x-2| > 3
- (7) x 2 ≤3
- (8) x = 2 > 3
- $(9) \times 2 = 3$

a ] 4;5[

- b R
- 0 { 1:5}
- d R-[-1:5]
- f [-1:5]

Trouver algébriquement l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :

$$(12) \cdot 3 - 2x \cdot - 7$$

(14) 
$$2x+1 = x-3$$

(1) 
$$|2x-7| = 5$$
 (2)  $|3-2x| = 7$   
(4)  $|2x+1| = |x-3|$  (15)  $|\sqrt{x^2-2x-1}| = 4$ 

Trouver graphiquement l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :

$$(17) \times 1 = x + 3$$

Trouver graphiquement l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes:

(19) 
$$x = 1 < 3$$

(21) 
$$x + 3 > 2$$

Trouver algébriquement l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes:

(22) 
$$.2x = 11 > 3$$

$$(23) \cdot 2x + 3 \leq 7$$

$$(24) 3x - 7 > 2$$

- 25 Réseaux routière: Deux routes, la première est représentée par la courbe de la fonction f où f(x) = x + 4, et la deuxième est représentée par la courbe de la fonction g où g(x) = 3, Si les deux routes se coupent aux deux points A et B, trouver la distance entre A et B à un kilo mètre prés sachant que l'unite de longueur représente une distance de 5 km.
- 26 Ecrivez l'inéquation de la valeur absolue qui exprime la température mesurée par le thermomètre médical comprise entre 35 °; 42 °.

#### Résumé de l'unité

- **Fonction :** C'est une relation entre deux ensembles non vides X et Y telle que pour chaque élément de l'ensemble x il existe une seule image dans l'ensemble Y. Cette relation s'écrit sous la forme de  $f(X) \longrightarrow Y$ . Une fonction est déterminée par trois éléments son ensemble de définition, son ensemble d'arrivée et son expression algébrique
- Le test de la droite verticale: Dans la représentation graphique d'une relation par un ensemble de points dans un repère orthogonal, si toute droite verticale passant par un élément de son ensemble de définition coupe la représentation en un seul point alors cette relation est une fonction.
- **3** Fonction définie par morceaux : C'est une fonction réelle, pour des parties de son ensemble définition sont attribuées des règles de définitions différentes
- **Sens de variation d'une fonction :** Une fonction est dute croissante sur ]a; b[si pour tout  $x_1$  et  $x_2$  appartenant à l'intervalle ]a; b[si  $x_2 > x_1$  alors  $f(x_2) > f(x_1)$ .

  Une fonction est dite f décroissante sur ]a, b[si pour tout  $x_1$  et  $x_2$  appartenant à l'intervalle ]a; b[si  $x_2 > x_1$  alors  $f(x_2) < f(x_1)$ Une fonction est dite f constante sur ]a, b[si pour tout  $x_1$  et  $x_2$  appartenant à l'intervalle ]a; b[si  $x_2 > x_1$  alors  $f(x_2) = f(x_1)$
- 5 Fonction paire et fonction impaire :

Fonction paire: On dit qu'une fonction est paire si f(x) = f(x) pout tout  $x \in x \in appartenant$  à l'ensemble de définition.

Fonction impaire: On dit qu'une fonction est paire si f(x) = f(x) pout tout x et  $x \in$  appartenant à l'ensemble de définition.

#### Propriétés importantes :

Some  $f_1$  et  $f_2$  deux fonctions paires,  $g_1$  et  $g_2$  deux fonctions impaires, alors

- 1) f + f fonction paire
- 2)  $g_1 + g_2$  fonction impaire
- 3)  $f_1 \times f_2$  fonction paire
- 4) g<sub>1</sub> × g<sub>2</sub> fonction paire.
- 5)  $f_1 \times g_2$  fonction paire
- 6)  $f_1 * g_2$  m paire ni împaire.
- 6 Fonction affine : La forme la plus simple f(x) = x (fonction linéaire) elle est représentée par une droit passant par le point de coordonnées (0, 0) et de pente (0, 0)
- 7 Fonction quadratique: La forme la plus simple  $f(x) = x^2$  (Fonction Carré), elle est représentée graphiquement par une parabole symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et le sommet de sa courbe est le point de coordonnées (0;0).
- **8 Fonction Cubique :** La forme la plus simple  $f(x) = x^3$  (Fonction Cube), le point de coordonnées (0 ; 0) est le centre de symétre de la courbe.

#### 9 Fonction valeur absolue (Module)

La forme la plus simple  $f(x) = x^{-1}$ , elle est definie par  $f(x) = \begin{cases} x \sin x > 0 \\ x \sin x < 0 \end{cases}$  elle représentée par deux demi droites de même origine (0, 0) la peute de l'une -1 et la peute de l'autre -1. On a  $|x| \ge 0$ ; |x| = |x|;  $|\sqrt{x^2}| = x$ 

- 10 Fonction rationnelle : La forme la plus simple  $f(x) = \frac{1}{x}$ . (Fonction inverse) elle est représentée graphiquement par une hyperbole et le centre de symétrie de la courbe est le point de coordonnées (0;0).
- 11 Transformations géométriques: Les transformations géométriques de la fonction y = f(x) sont déterminées comme suit
  - ightharpoonup Si y = f(x) + a où a > 0 représentée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction positive de l'axe des ordonnées d'amplitude a
  - ➤ Si y = f(x) a où a > 0 représentée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction négative de l'axe des ordonnées d'amplitude a
  - ightharpoonup Si y = f(x + a) où a > 0 représentée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction négative de l'axe des abscisses d'amplitude a.
  - ightharpoonup Si y = f(x a) où a > 0 représentée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction positive de l'axe des abscisses d'amplitude a.
  - ➤ Si y = f(x) représentée par une symétrie de la courbe de la fonction f par rapport à l'axe des abscisses.
  - Si y = a f(x) où a > 1 représentée par une dilatation verticale de la courbe de la fonction f de coefficient a. C'est un agrandissement si a > 1 et une réduction si a < 1</p>

#### 12 Les propriétés de la fonction valeur absolue :

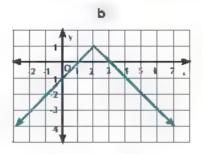
a ab a b

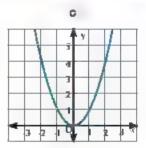
- b , a + b ≤ a + b
- c Si  $x \le a : a > 0$  alors :  $a \le x \le a$
- d Si x > a : a > 0 alors : x > a on  $x \le a$
- 13) Solution de l'équation. Pour deux fonction f et g, l'ensemble solution de l'équation f(x) = g(x) est l'abscisses des des points d'intersection de deux courbes des fonctions
- 14) Solution de l'inéquation est la détrimination des valeurs de la variable qui verifient l'iégalité.



(1) Les figures suivantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions. Du graphique, déduire l'ensemble image, étudier le sens de variation et la painte de chaque fonction;

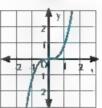
a

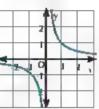




d







2 Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions réelles suivantes

$$f_1(x) = 2x^3 + x + 3$$

b 
$$f_2(x) = \frac{2x}{x^2 - 2x + 3}$$
 c  $f_3(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ 

$$\circ f_3(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

3 Utilisez la courbe de la fonction f telle que f(x) = x pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définies ci-dessous

a 
$$g(x) = x + 1$$

$$b g(x) = 2 \cdot x^{1}$$

**b** 
$$g(x) = 2 - x!$$
 **c**  $g(x) = x + 2 - 3$ 

4 Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^2$  pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définies ci dessous.

$$g_1(x) = x^2 - 3$$

b 
$$g_{\lambda}(x) = 2 - x^2$$

**b** 
$$g_{x}(x) = 2-x^{2}$$
 **c**  $g_{y}(x) = (x - 2)^{2} + 1$ 

Pois déterminez l'équation de l'axe de la symétrie dans chaque cas.

5 Utilisez la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^3$  pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définies ci dessous

$$\mathbf{a} = \mathbf{g}_1(x) - (x + 3)^3$$

**b** 
$$g_n(x) = (x-1)^3$$

**b** 
$$g_3(x) = (x-1)^3$$
 **c**  $g_3(x) = (x-1)^3 - 2$ 

Puis determinez les coordonnées de centre de symétrie dans chaque cas-

(6) Utilisez la courbe de la fonction ftelle que  $f(x) = \frac{1}{x}$ :  $x \neq 0$  pour tracer la courbe représentative de chacune des fonctions définies ci dessous

$$\mathbf{a} \cdot f_{1}(x) = \frac{1}{x} + 1$$

**b** 
$$f_2(x) + \frac{1}{x} - 2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{x-2}$$

d 
$$f_4(x) = \frac{1}{x-3}$$

d 
$$f_0(x) = \frac{1}{x-3}$$
  $f_0(x) = \frac{1}{x-2} + 1$   $f_0(x) = \frac{2x-1}{x}$ 

$$f_{ij}(x) = \frac{2x+1}{x}$$

7 Trouver graphiquement l'ensemble solution de chacune des équations et des inéquations survantes

d 
$$x = 11 + 1x + 4$$

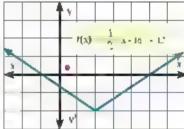
8 Trouver graphiquement et algébriquement l'ensemble solution de chacune des équations et des méquations suivantes :

$$f \mid_{X} = 2, 3 > 0$$

- (9) Une usine de production du lait, produit de bouteilles de x gm pour vênfier la qualité de poids les bouteilles passent sur une ligne de surveillance de qualité du poids qui permet à passer les bouteilles de sorte qui x 1600 > 15 Déterminez le plus grand et le plus petit poids de bouteille qui l'usine distribue aux marchés.
- (19) La figure ci contre montre la courbe de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{2} \text{ in } -16 - 12$$

Choisissez des unités convenables pour les deux axes et  $\frac{1}{\cos x}$  Puis trouvez, graphiquement l'ensemble solution de l'équation f(x) = 6

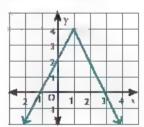


#### Reflection créative :

- (1) Si l'ensemple solution de l'inéquation  $x \le a$  est  $\phi$  quelle est les valeurs possible de a? Quel sera l'ensemple solution de l'inéquation x > a dans ce cas?
- La vitesse de l'aviation d'un avion est mesuré pendant la partie normale du voyage, c'ect à dire sans prendre en compt le décolage et l'attinssage de l'avion. Ecrivez l'inéquation de la valeur absolue qui exprime : La vitesse de l'avion se varie de 700 km/h.



- Tracez les courbes représentatives des fonctions f et g telles que f(x) = x + 1 et g(x) = 5 xDu graphique trouvez
  - Les coordonnées des points d'intersections de chacune de deux courbes avec l'axe des abscisses.
  - b Les coordonnées des points d'intersections de deux courbes.
  - L'aire du triangle formé par les deux droites et l'axe des abscisses
- (2) Utilisez la courbe de la fonction f telle que f(x) 3 pour tracer la courbe de la fonction g où g(x) x 1 2 puis trouvez l'ensemble unage de la fonction et l'équation de l'axe de symétrie de la courbe
- (3) Tracez la courbe représentative de la fonction f telle que  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 2 \le x < 2 \\ 6 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$ 
  - Déduisez l'ensemble définition de la fonction puis étudiez le sens variation de f
- (4) Dans la figure ci-contre : Trouvez :
  - a Les coordonnées du sommet de la courbe.
  - La règle de définition de la fonction.
  - L'ensemble image puis étudiez le sens variation de f.
  - L'équation de l'axe de syméthe de la courbe.



- (3) Tracez la courbe représentative de la fonction ftelle que f(x) (x 1)<sup>3</sup> en éduisez l'ensemble définition, le sens variation et étudiez la parité de la fonction.
- (6) Utilisez la courbe de la fonction f telle que f(x) pour tracer la courbe de la fonction g où g(x) = f(x) + 2 puis écrire les coordonnées du centre de la courbe de la fonction obtenue et étudiez son sens variation.
- Soit la fonction f telle que  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  Trouvez l'ensemble définition et les coordonnées du cent de la courbe puis résoudre 🐧 🗋 ) = 4
- (8) Trouvez graphiquement l'ensemble solution de
  - a x 4 = 3
- b x 4 >3
- (9) Trouver algebriquement et graphiquement l'ensemble solution de chacune des équations et des méquations survantes.
  - a 4 +5 -9
- b  $\sqrt{4x^2+12x+9}$  | x+1 | c |  $2x \le 5 \le 7$

d 3x + 1 > 7



# Puissance, Logrithmes et Applications



#### Introduction de l'unité

La notion des logarithmes a été introduite en mathématique à la fin par john Nobble lau déput de 17 ème siécle. Il l'a introduite comme un moven plau le mpiliter certains calcule pour a der les marins les savants et les liègeneurs à partir des out le performants à l'épaque comme les legie du calcul et les tableaux des logarithmes. Léonhard Euler en 18 ème siecle la decouvert des propilitées très utilies pour les praticiens. Pains les propilitées décembers

bga xy = cga x + loga y, celà a pair une relation entre les exposants et les logarithmes. La notion des ligarithmes est également ut dans d'aut es domaines par example le déciblique est une unité logarithmique pour mesurer de l'intensité du son ains que le volte et la puissance hydrogène pour détermine le niveau d'an de dans une solution en chemie.



## Compétences attendues de l'unité

#### Compétences attendues de l'unité:

- P Reconnaître la fonction exponentielle
- Reconnaître la représentation graphique de la tonotion
- © exponentie e et déduire ses propriétés.
- di Reconnaître des formules de puissance tractionnaires
- Resoudire des équations exponent elles sous la forme lax = b
- © Reconnaît e la fonction logar throe
- di Tansformer a gébriquement de la toime exponent e e a la forme logarithmique et éc proquement.
- El Reconnaît e la tonction réciproque et la condition de son existence test de la diroite ho zontale.

- di Reconnaître la représentation graph que de d'une tonction sur des intervalles intrés et déducre ses propilétés.
- © Déduire la relation entre la fonction exponent elle et la fonction logarithme graphiquement
- Reconnaitre les formules de logarithme
- ☼ Résoudire dies ploblemes en app quant les formules des cigalithmes
- @ Reconnaître les logar thmes usuels à base 10
- @ Touvez is valeur d'un logarithme en ut sant la calculatione
- taut ser la calculation pou résolutire des équations exponentle es en utilisant le logalithme



#### Vocabulaires de base

- Puissance nième
- Rase.
- Pulssance
- 3 Racines nième
- Exposant fractionnaires
- Fonction exponentielle
- Croissance exponentielle Décroissance exponentielle
- Ensemble de définition
- 3 Ensemble image
- Symétrie Logarithme Equations logarithmiques
- 3 Fonctions logarithmiques



#### Leçons de l'unité

- LH 2 , 1) Pulssances fractionnaires
- Leçon (1 1). Fonction exponentie, elet app cations
- Leu n 1 3) Résolution des équations exponente es
- Lecon (7 4) Fonction ogar thme et sa eprésentation graph que
- Leçan (? 5. Que ques propriétés des ogar threes

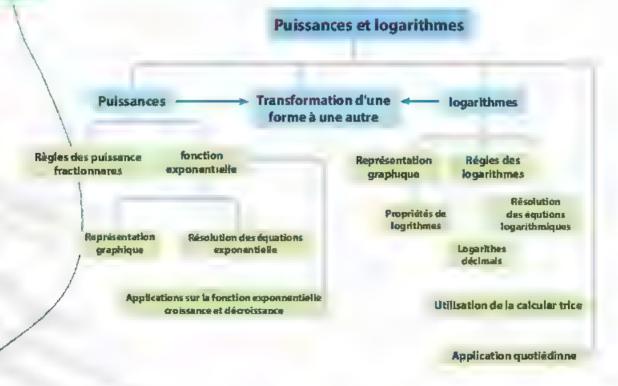


#### Aides pédagogiques

Une calculatrice scient fique - Log piels Craphique



### Organigramme de l'unité



# 2 - 1

## Pulssances fractionalires



#### Allez apprendre

- Généra isation des formules de puissances
- Racine nième.
- Formules de purssances frac-tionna-res



#### Vocabulaires de base

- Plussances niëtre
- ≀ Base
- Puissance
- · Racine nieme
- Exposant fractionnainnaires



#### Aides pédagogiques

- Ca-culatrice scientifique
- Logiciels de
- graphisme



#### **Préliminaire**

Vous avez déjà étudié les racines carrées d'un nombre réel non négatif et quelques propriétés des racines carrées et des racines cubiques ainsi que les puissances entières. Dans cette leçon, nous allons etudier les puissances fractionnaires



#### A apprendre

#### Puissances entières:



- Pour tout a ∈ ℝ et pour tout n ∈ ℤ, on a:
   a<sup>n</sup> = a × a × a × .... × a (où le facteur a est répété n fois)
   (a<sup>n</sup>) est appelé la puissance n<sup>2ne</sup> du nombre a où le nombre a est appelé la base, et le nombre n est la puissance. On dit que a est élevé à la puissance n.
- 2) a -1 pour tout a ∈ R {0}
- 3)  $a^{-1} \frac{1}{a}$ ,  $a^{-1} \frac{1}{a^{-1}}$   $a \neq 0$

#### Propriétés de puissances entières:

Pour tout  $m \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$  et  $b \neq 0$  on a:

$$\geq \left(\frac{a}{b}\right)^n - \frac{a^n}{b^n}$$

## (3)

#### Exemple

1) Mettez l'expression suivante sous la forme la plus simple  $-\frac{(8)^3 \times (18)^3}{81 \times (16)^3}$ 

#### > Solution

L'expression = 
$$\frac{(2^{9})^{1} \times (2 \times 3^{2})^{2}}{3^{4} \times (^{4}2)^{-2}} = \frac{2^{-9} \times 2^{2} \times 3^{4}}{3^{4} \times 2^{-8}}$$
  
=  $\frac{2^{-9} + 2 + 8 \times 3^{-4} + 4}{2^{1} \times 3^{0} + 2 \times 1 = 2}$ 

#### Essayez de résoudre

- Mettez l'expression sous la fonne la plus sumple  $\frac{(27)^{-3} \times (12)^{2}}{16 \times (81)^{2}}$
- ② Démentrez que :  $\frac{2^{x} \times 9^{x-1}}{3 \times 18^{x}} = 3$



#### A apprendre

#### Racine nième

Vous avez déjà étudié que la racine carré est l'opération inverse du carré du nombre, de même la racine même d'un nombre est l'opération inverse de l'opération d'élevé ce nombre à la puissance n

#### Exemple:

- 1 Si  $x^3 = 8$  alors 2 est la racine cubique de 8 c'est à dire  $\sqrt[4]{8} = 2$
- 2 Si  $x^5 32$  alors 2 est la racine cinquième de 32 c'est à dire  $\sqrt[4]{32} 2$
- 3 Si x<sup>h</sup> = a alors x est la racine nième de a c'est à dire √a τ



Pour un nombre réelle  $a \ge 0$ ,  $n \in \mathbb{Z}^+ \setminus \{1\}$  on  $a^{\frac{1}{n}} - \sqrt[n]{a}$ Cette relation est aussi valable si a < 0, n et n est un nombre unpair supérieur à 1



#### Exemple:

## 0

#### Exemple

- $(2 \text{ Si } x^n)$  a, trouvez les valeurs de x dans ', s'il existe dans chacun des cas suivants
  - a n 5, a 0
- b n 4, a= 81
- on 2,a 4
- d n 3, a= 8

#### O Solution

- a Lorsque n= 5 et a= 0 alors  $x^5=0$  d'où  $x = \sqrt[3]{0} = 0$
- b Lorsque n-4 et a 81 alors x<sup>4</sup> 81 d'où x ± √81 ±3
- Lorsque n=2 et a=-4 alors  $x^2=-4$  d'où  $y=\pm\sqrt{4} \notin \mathbb{R}$
- d Lorsque n = 3 et a  $\cdot 8$  alors  $x^3 = 8$  d'où  $x = \sqrt{8} = 2$

#### De l'exemple précédent, on déduit que :

#### n e Nº - {1}

il y a deux racines réelles ± ∜a a > 0

a < 0 il n'y a pas de racines réelles.

est nombre impair et positif, 
$$n \neq 1$$

### 🔝 Escayoz do résoudre

(3) Trouvez les valeurs de x s'il existe dans chacun des cas suivants

$$x^3 - 125$$

$$d_{\lambda}^{A} = 1296$$

$$f(x^2 - 128)$$

(4) Réflexion critique : Donnez un exemple numérique qui montre la différence entre la racine 6ième du nombre # et √a



Si 
$$n \in \mathbb{Z}^+$$
 {1},  $m \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\sqrt[p]{a} \in \mathbb{R}$  alors :  $a^n = \sqrt[p]{a^n} = (\sqrt[p]{a})^n$ 

#### Exemple:

$$(16)^{\frac{1}{2}} = (\sqrt{16})^3 = (4)^3$$

$$\sqrt{(125)^2} = (\sqrt[4]{(-125)})^2 = (5)^2 = 25$$

## **Exemple**

(3) Trouvez sous la forme la plus simple :

#### Solution

a 
$$\sqrt{8a^0b^0} = \sqrt{(2a^2b^3)^3} = 2a^2b^3$$

b 
$$\pm \sqrt{64 (a^2 + 3)^6} = \pm \sqrt{[8(a^2 + 3)^3]^2}$$
  
=  $\pm .8 (a^2 + 3)^3$ 

- 🔝 Essayoz do résoudre
- (5) Trouvez sous la forme la plus simple :

#### Utilisé la valeur absolue

On utilise la valeur absolue si l'indice de la racine si n est un nombre pair, on écrit  $\sqrt[4]{a^0}$ Si l'indice de la racine si n'est un nombre impair, il n'est pas nécessaire d'utiliser la valeur absolue.

$$\sqrt[4]{r^n} = \begin{cases}
x & \text{sin est pair.} \\
x & \text{sin est unpair.} 
\end{cases}$$



#### **Exemple**

Trouvez sous la forme la plus simple :



le carré des nombres (a) et (-a) est a<sup>2</sup>

a 
$$\sqrt{9r^2} = \sqrt{(3x)^2 - 3x}$$

b 
$$\sqrt{8x^1}$$
  $\sqrt{(2x)^3}$   $2x$ 

$$\sqrt{(2\sqrt{3})^4} = 12\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$
 où  $2 > \sqrt{3}$ 

d 
$$\sqrt[4]{(1.\sqrt{7})}$$
 . 1  $\sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot 1 \text{ où } \sqrt{7} > 1$ 



Trouvez sous la forme la plus simple :



Si  $n \in \mathbb{Z}^+ \setminus \{1\}$ ,  $m \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$  alors  $a \stackrel{n}{=} 1$ 

Exemple: 
$$7^{\frac{1}{7}} \quad \frac{1}{7^{\frac{1}{4}}} \quad \frac{1}{4^{\frac{\pi}{4}}} \quad 4^{\frac{\pi}{4}}$$



Sine Nº {1}, Va, Vb deux nombres réelles alors:

$$ightharpoonup 4ab = 4a \times 4b$$



#### Exemple

5 Trouvez sous la forme la plus simple :

$$8 \quad \frac{\sqrt{8} \times 4^{-1} \times 2^{\frac{3}{2}}}{6^{-1} \times 3^{2}}$$

b 
$$\frac{32^{\frac{5}{5}} \times 8^{\frac{5}{5}}}{\sqrt[4]{4} \times \sqrt[4]{16^5}}$$

Solution

Transformation des fractions en puissances fractionnaires
$$\frac{8^{\frac{1}{2}} \times 4^{1} \times 2^{\frac{3}{2}}}{6^{2} \times 3^{2}} \qquad \text{Décompositions des bases en facteurs premiers.}$$

$$\frac{(2^{3})^{\frac{3}{2}} \times (2^{3}) \times 2^{\frac{3}{2}}}{(3 \times 2)^{2} \times 3^{2}} \qquad \text{En simpifiant}$$

$$\frac{(2)^{\frac{3}{2}} \times 2^{2} \times 2^{\frac{3}{2}}}{3^{2} \times 2^{2} \times 3^{2}} \qquad \text{En simpifiant}$$

Transformation des fractions en pussances fractionnaires. 
$$4^{\frac{1}{4}} \times 16^{\frac{1}{8}}$$

$$= \frac{(2^5)^{\frac{5}{3}} \times (2^3)^{\frac{5}{3}}}{(2^7)^{\frac{1}{8}} \times (2^4)^{\frac{5}{8}}}$$
Décompositions des bases en facteurs premiers. 
$$2^{\frac{7}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{3}{4}} =$$

Essayez de récoudre

7) Trouvez sous la forme la plus sample :

a 
$$\sqrt{\frac{243}{2} \times \sqrt{8}}$$

#### Résolution des équation :



#### Exemple

(6) Trouvez l'ensemble solution, dans & de chacune des équations survantes

726r0 × 326c0 1

$$b^{-}(x+1)^{\frac{3}{4}}$$
 8

🖒 Solution

a 
$$x^{\frac{1}{4}}$$
 9 élévant les deux membres à la puissance 3  $(x^{\frac{1}{4}})^3$  93 prenant la racine carré de deux membres  $\sqrt{x^2}$   $\sqrt{9^3}$   $x$  33  $+ 27$  . E.S.  $+\{27, 27\}$ 

b 
$$(x+1)^{\frac{3}{4}} = 8$$

#### élévant les deux membres à la puissance 4

$$(x+1)^3 = 8^4$$

$$\therefore x+1 = 2^4$$

#### 🔲 Escayez de résoudre

(8) Trouvez l'ensemble solution, dans de chacune des équations suivantes

$$a_{3}^{\frac{5}{2}} = 32$$

b 
$$\sqrt[4]{(x-1)^5} = \frac{1}{32}$$

## (3)

#### Exemple

- 7) En lien avec la géométrie; La longueur du coté d'un carré est / et d'aire A est donnée par la relation / in \*
  - a Calculez la longueur du coté d'un carré de 25 cm² d'aire
  - b Calculez la longueur du coté d'un carré de 17 cm² d'ane, donnez une valeur approchée à un décimal près



$$b = 17^{\frac{1}{2}} = \sqrt{17} \approx 4.12310$$

En approchant à un décimal près 🔝 / ~ 4.1cm

#### Essayez de résoudre

(9) Si la longueur d'arête d'un cube est l'et son volume V est donnée par la relation l'V<sup>†</sup> Trouvez la longueur de l'arêt d'un cube de volume égale à 27



- 1) Ecrivez ce qui suit sous la forme exponentielle :
  - a ¥ x

b ∜ ₃ >

e 2∛n

d # a² b³

0 VVV

- 1 1
- 2 Ecrivez ce qui suit sous la forme radicale :
  - a a

ъ р<sub>3</sub>

c 6 y

d 8 13 g

e (3 x)-2

- 1 55 x 25
- (3) Ecrivez ce qui suit sous la forme la plus simple :
  - a (16)<sup>1</sup>/<sub>4</sub>

b (32)3

1 c 27-4

- $d \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{2}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$
- 44

 $\frac{1}{(2^2 \times 4^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{3}{2}})^{\frac{3}{2}}}$ 

## 4 Trouvez les résultats des opérations suivantes sous la forme la plus simple

d 
$$(\chi^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) (\chi^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$$

d 
$$(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$$
 8  $(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{n}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{n}{2}})$ 

$$f = (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2$$

$$g \left(1^{3} * 2^{3} + 3^{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

#### (5) Trouvez ce qui suit sous la forme la plus simple :

a 
$$\sqrt[4]{243} + \sqrt[4]{512}$$
 b  $(\frac{16}{81})^{\frac{1}{8}} \times (\frac{729}{8})^{\frac{1}{2}}$  c  $(16)^{\frac{2}{3}}$ ;  $(8)^{\frac{2}{3}}$ 

d 
$$(27)^{\frac{1}{4}}$$
 -  $(64)^{\frac{5}{6}}$   $(64)^{\frac{5}{6}}$   $(64)^{\frac{5}{6}}$   $(64)^{\frac{5}{6}}$   $(64)^{\frac{5}{6}}$   $(64)^{\frac{5}{6}}$ 

g 
$$(125)^{\frac{1}{2}} \times 81^{\frac{1}{4}} \times (15)^{\frac{1}{4}}$$
 h  $\frac{16 + \frac{1}{4} \times 9^{x + \frac{1}{2}}}{8 \times \frac{1}{2} \times 18^{x + \frac{1}{2}}}$ 

h 
$$\frac{16 \times \frac{1}{4} \times 9^{\tau + \frac{1}{7}}}{8 \times \frac{1}{2} \times 18^{\tau + \frac{1}{7}}}$$

#### Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

$$\frac{1}{2}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{y}^2$$

$$b \pm x y^2$$

(16) Si 
$$x^{\frac{3}{2}}$$
 8 alors a

① 
$$\frac{6.5 \times 6.5}{\sqrt[4]{36}}$$

(12) Trouvez l'ensemble solution, dans R de chacune des équations suivantes :

b 
$$x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{128}$$
 c  $\sqrt{x^4} = 27$ 

d 
$$(x \cdot 5)^{\frac{5}{2}} - 32$$

d 
$$(x-5)^{\frac{5}{1}} - 32$$
 e  $3x^{\frac{5}{4}} = \frac{3}{8}$  |  $1 - \frac{16}{\sqrt{2}}$ 

(13) En lien avec l'économie: Sachant que (I) est, l'intérêt bancaire est pour une somme (a) après (n) années est donnée par la relation  $I = (\frac{s}{a})^{\frac{1}{n}} - 1$  où S est le total de la somme n années, Ahmed dépose 10000 livres egyptiennes. Après 3 ans la somme est devenue 12597 livres égyptiennes, trouvez le pourcentage annuel de l'intérêt.

(14) Déceler l'erreur.;

a 
$$\operatorname{Si} x^{\frac{3}{2}} = 4$$
, alors  $x = 8$ 

b 
$$\sqrt[4]{x^4} = x$$

(15) Simplifiez l'expression :  $\sqrt{a}$ 

(16) Activité; Utilisez une calculatrice pour effectuer les opérations survantes (Arrondir le résultat à un centième près)

(17) En lien avec la commerce : Mohamed a commence avec 75 lapins pour fonder un projet d'élevage des lapins. Si le taix de prolifération des lapins est donné par la relation.  $N = 75(4,22)^a$ 

Où n'est le nombre de mois Trouvez le nombre prévue des lapins après 5 mois

(18) En lien avec les volumes: Si la longueur (/) de l'arête d'un cube est donnée par la relation √V où v est le volume du cube en unités cubiques, trouvez la longueur de l'arête d'un cube de 1331 unités cubiques

Réflexion critique :

(19) En lien avec les volumes; Si le rayon d'une sphère est donné en fonction de son volume par la relation r  $\sqrt{\frac{3}{4\pi}}$ , Trouvez:

le rayon d'un sphère de 27000 em³ de volume.

b la valeur de l'augmentation de son volume lorsque son rayon augmente au double

### Unité 2

## 2-2

# Fenction exponements application



#### Allez apprendre

- Fonction exponentielle.
- Représentation graphique d'une fonction exponentielle.
- Propriétés d'une fonction exponentielle



#### Vocabulaires de base

- · Fonction exponentielle
- Croissance exponentielle
- Décroissance exponentielle



#### Aldes pédagogiques

- · Calculatrice scientifique
- Logiciels de graphisme



La fonction  $f(x) = a^x$ , lors que a > 1 est appelées la fonction de crossance exponentielle. Elle a des applications multiples comme la éroissance démographique et l'entérès composé deux traitement hancaire.

La fonction (|x|) = a/s
lorsque 0 < a < l est appelée
la fonction de décroissance
exponentielle Elle a des applications multiples comme
l'intervalle de demi-âge de
l'adiation des atônies.



#### Découvrir

Dans beaucoup de situations de notre vie quotidienne, on un fort besoin de exécuter des calculs précieux comme les intérêts bancaires. l'explosion demographique, l'accroissement des cellules dans certaines êtres et les intervalles de mi âge pour les atomes de radiation



#### A apprendre

#### Fonction exponentielle



Si est un nombre réelle positif  $\neq 1$  alors Fonction f où  $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = a^{x}$ est appelée fonction exponentielle

Expression orale : Expliquez pourquoi la fonction définie par  $f(x) : (-3)^x$  n'est pas une fonction exponentielle

#### La fonctionalgebrique !

La variable indépendante est la base x tandis que la puissance est un nombre réelle

La fonction exponentielle :

La variable indépendante x est la puissance tandis que la base est un nombre réelle positif différent de l.

#### Représentation graphique d'une fonction exponentielle



#### Exemple

Représentez graphiquement, dans le même quadrillage les deux fonctions: f(x) = 2X,  $g(x) = {x \choose 2} x$  sur un intervalle arbîtraire [3;3]

#### Solution



-3	-2	-1	0	1	2	3
1	1,	1 7	1	2	4	8
8	4	2	1	1/2	2 4 1 4	18

## Du graphique on peut déduire les propriétés suivantes

- La fonction est f(x) = 2<sup>x</sup> est croissante sur son ensemble definition car (a > 1)
   La fonction est g(x) = (1/2)<sup>x</sup> est décroissante sur son ensemble définition car (0 < a < 1)</li>
- 3 2 3 7
- 2 L'ensemble de définition de chacune de deux fonctions est R\*
- 3 La courbe de  $f_{-}(x) = 2^{x}$  est le symétrique de la courbe de  $g_{-}(x) = (\frac{1}{2})^{x}$  par rapport à l'axe des ordonnées.

#### 📔 Essayez de résoudre

(1) Représentez graphiquement, dans le même quadrillage les fonctions  $f(x) = 2^x$ ,  $f_n(x) = 3^x$  et  $f_a(s) = 4^a$  sur un intervalle arbitraire [2;2]

## Exemple

(2) Si f(x) -3 complétez ce qui suit :

b 
$$f(x+2)=$$

b 
$$f(x+2) = x 3^X$$
 of  $f(x) \times f(x) =$ 

#### O Solution

b 
$$f(x+2) = 3x^{4/2} = 3^{3/2} \times 3^{2/2} = 9 \times 3^{3/2}$$

$$f(x) \times f(-x) = 3^{x} \times 3^{-x} = 3^{x-x} = 3^{x+x} = 1$$

#### Applications la fonction exponrntielle:

#### I Croissance exponentielle

Nous pouvous utiliser la fonction f telle que  $f(n) = a(1 + p)^n$  pour representer la croissance exponentielle d'un pourcentage annuel fixe p durant des périodes équivalentes dont nombre est n. Discutez avec votre professeur pour déduire la relation précédente:

Intérêt composé : Pour calculer le total T d'un montant investit m dans un banque pour un interêt annuel I (un pourcentage) pour un nombre n d'années, les intérêts peuvent être composés sur x fractions (des intervalles) d'une année, on utilise la relation suivante  $T = m(1 + \frac{1}{n})^{-\frac{n}{n}}$ 



#### Exemple

- (3) Un homme a déposé un montant de 5000 livres égyptiennes dans une banque pour un intérêt compose annuel de 8 % Trouvez la somme totale après 10 ans dans chacun des cas suivants
  - a Intérêts annuels,
- b Intérêts trimestriels.
- Intérêt mensuels

#### D Solution

En utilisant la relation suivante :  $T = m \cdot 1 + \frac{1}{2} e^{nx}$  où x sont les fractions annuelles

a Intérêts annuels

S. x 1

b Intérêts trimestriels

 $\therefore x = 4$ 

Intérêts mensuels

3 12

#### 🔲 Essayez da résoudre

- 2 Un homme a déposé un montant de 10000 livres egyptiennes dans une banque pour un intérêt composé annuel de 5 % Trouvez la somme totale après 8 aus dans chacun des cas suivants.
  - Intérêts annuels.
- b Intérêts trimestriels.
- a Intérêts mensuels

#### II Décroissance exponentielle

Nous pouvons utiliser la fonction f telle que f(n) a (1 p)° pour représenter la décroissance exponentielle d'un pourcentage annuel fixe durant des périodes équivalentes où n'est le temps écoulé pendant une période, a est la valeur initiale et p est le pourcentage de croissance dans cette période du temps



#### Exemple

- 4 La production maximale d'une mine d'or s'est élevée à 1850 kg. Cette production diminue à un taux annuel de 9 %.
  - a écure une fonction exponentielle représentant la production après n ans .
  - b estimer à une Kg près, la production de la mine 3 ans après.

#### Solution

- a 1850 , p 0.09
- a La fonction de décroissance exponentielle est f telle que '  $f(t) = a(1 p)^n$  $f(n) = 1850 (1 0.09)^n$
- b Après 8 ans, (remplaçant n par 6)

#### Essayoz de résoudre

- 3 Le prix du marché d'une décroît (à cause de l'utilisation) survant la relation a 150000 (0,94)<sup>n</sup> où x est le prix en L.E. de la voiture et n est le temps découle du moment d'achat, Trouvez :
  - le prix d'une nouvelle voiture.
  - b le prix de la voiture 3 ans après l'année d'achat.



### Exercices 2 - 2



- (1) Tracez la courbe représentative de chacune des fonctions or après plus trouvez l'ensemble de définition et l'ensemble image ensuite indiquez laquelle est une fonction croissante et laquelle ce qui est décroissante :
  - a  $f(x) = 2^x$
- b  $f(x) = 3^{x}$  c  $f(x) = (\frac{1}{2})^{-1}$  d  $f(x) = 2^{-x+1}$

#### (2) Complétez ce qui suit :

- La courbe de la fonction f telle que f(x) = 2' coupe l'axe des ordonnées au point des coordonnées
- b La courbe de la fonction f telle que  $f(x) = 2^{-x}$  coupe l'axe des ordonnées au point des coordonnées
- Si la courbe de la fonction f telle que f(x) = a' passe par le point des coordonnées (1, 3).
- d La courbe de la fonction f telle que f(x) = 3' est l'image de la courbe de la fonction g telle que  $g(x) = (\frac{1}{2})^3$  dans la symétrie par rapport à
- La fonction f telle que f(x) = a¹ est décroissante si a ∈
- La fonction f telle que  $f(x) = (2a)^{x}$  est croissante si  $a \in$
- (3) En lien avec la population; Si le recensement de la population dans un pays a la fin de l'année 2000 est 43265341 d'habitants avec un taux d'augmentation annuelle de 1,5 %
  - a Écrivez une fonction exponentielle représentant le développement futur après n années de l' an 2000
  - b Utilisez cette fonction pour estimer le nombre prévu d'habitants dans ce pays en 2020 sa le taux d'augmentation moyenne reste le même.
- (4) En lien avec l'investissement : Un homme investit un multion livres égyptiennes pour fonder un projet. Cette somme croit suivant une fonction exponentielle avec un taux. d'augmentation annuelle de 6 % Déterminez.
  - a une formule représentant la croissance de cette somme après n ans
  - b estimez la somme investi 10 ans après.
- (5) Trouvez le somme totale d'un montant déposé dans banque avec un taux d'intérêt composé annuelle de 5 % au terme de 7 ans
- (6) En lien avec l'elevage du poisson: Si le nombre de poissons de Saumon dans un lac croit survant la fonction de croissance exponentielle f telle que f(t) = 200(1, 03) où t en semaines Determinez le nombre de Saumons dans ce lac après 8 semaines.
- Sort  $f(x) = S^{x+1}$ . Démontrez que  $\frac{f(x) \times f(x-1)}{f(x-2) \times f(x+1)} = 1$



#### Allez apprendre

- Fonction exponentille.
- Representation graphique.
- Proprétes des fonction exponentille.



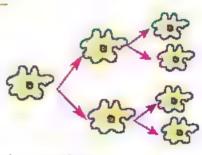
#### 🗿 Vocabulaires de base

- Equation exponentiette
- Résolution graphique



#### Réfléchissez et discutez

L'amoeba se développe par la méthode de division binaire, c'est à dire une cellule se divise en deux cellules dans une pénode du temps déterminée puis chacune de nouvelles cellules se divisent de nouveau en deux cellules et amsi de suite dans des périodes équivalentes et dans les mêmes conditions ....



- Trouvez le nombre de cellules produites d'une seule cellule apres 9 périodes du temps
- 2 Trouvez le nombre de pénodes, nécessaires pour produire 8192. cellules de cette cellule:



#### A apprendre

#### Equation exponentielle

Si une équation contient la variable en position d'exposant, alors c'est une équation exponentielle comme par exemple, l'équation (3 44 8) Résolution des équations exponentielles:

[I] Si  $a^m$   $a^0$  où  $a \notin \{0, 1, 1\}$  alors in n.



#### Aldes pédagogiques

- Calculatrice scientifique
- Logiciets de Graphisme



#### Exemple

- 1 Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes
  - a 21+3 8

#### > Solution

- 21+3 8
- $2x^{+3} 32$
- $\therefore x + 3 = 3$
- d'où x = 0
- Ensemble desolutions : {0}

- x + 3x = 2

- Ensemble desolutions  $\{\frac{1}{2}\}$

#### 🚺 Essayez de résoudre

1 Trouvez dans : l'ensemble solution de chacune des équations suivantes.

[II] Si  $a^m = b^m$  on  $a \notin \{0, 1; 1\}$ , et  $b \notin \{0, 1; 1\}$  alors soit m 0 on a b si in est impair. ou a b S1 m est pair

## Exemple

Trouvez dans & l'ensemble solution de chaquine des équations suivantes

#### Solution (

$$3^{x+2} = 7^{x+2}$$

$$x+2 = 0 d'où x = 2$$

$$\therefore L'ensemble solution est = \{2\}$$

b : 
$$4x^2 = 3^{2x+4}$$
  $4^{x^2} = 3^{2x+4}$   $4^{x^2} = 3^{2x+4}$   $x = 2$   $x = 2$ 

#### 🔲 Essayez de résoudre

(2) Trouvez dans 3 l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

b 
$$2^{2i+6} = 7^{i+3}$$

## Exemple

(3) Soit  $f(x) = 25^{s+1}$ . Trouvez la valeur de x qui vérifie f(x) = 32

#### Solution

$$f(x)$$
 32

$$25^{1+1} = 2^5$$

$$\therefore x+1=5$$

3 4

Ensemble des solutions -- {4}

#### Essayez de résoudre

(3) Si  $f(x) = 7^x$ , trouvez la valeur de x qui vérifie f(x+1) = 49

#### Résolution des équations exponentielles graphiquement :



Tracez dans un même graphique, les deux fonctions  $f_1 = f(x) - 2x$ , et  $f_2(x) = 6$ . A Du graphique, trouvez l'ens emble solution de l'équation  $2^3 = 6 + x$ 

D Solui	lion						
	-3	-2	-1	0	Ī	2	3
	1 8	1/4	1 2	1	2	4	8

Du graphique, l'abscisse des coordonnées du point d'intersection des deux courbes est 2 L'ensemble solution {2}



### Lasayez de résoudre

4 En utilisant un logiciel de graphisme (geogebra), tracez dans un même graphique, les deux fonctions  $f(x) = 2^{x+1}$  et f(x) = 3. Du graphique, Trouvez l'ensemble solution de l'équation  $2^{x+1} - 3$ .

## Exemple

- L'un des êtres fines se développe par la methode de division binaire, où le nombre de ces êtres se multiplie car une cellule se divise en deux cellules dans une heure. Si au début de l'observation le nombre de cellules était 20 milles, trouvez.
  - a Le nombre de cellules produites d'une seule cellule après 5 heures.
  - b Combien faut il d'heures pour produire 2 millions et 560 cellules ?

#### Solution

On écrire le nombre de cellules sous une forme d'une fonction exponentielle.

$$f(t) = b(a)^t$$
  
20000 (2)<sup>t</sup> où t est nombre d'heures

- le nombre de cellules produites d'une seule cellule après 5 heures (on pose t=5) =  $20000 \times 2^5 = 640000$  cellules
- b Le nombre d'heures nécessaires pour produire 2 millions et 560 cellules

.. 20000 (2)<sup>t</sup> .. 2260000 En divisant par 20000 (2)<sup>t</sup> .. 128 
$$2^{t} = 2^{7}$$
 d'où t  $t = 7$  heures.

#### 🔲 Essayez de resoudre

(5) Répondez aux questions de la rubrique Réfléchissez et discutez page (66)



#### Exercices 2 - 3



#### 1) Complétez ce qui suit :

- a Si 51-2 1
- alors x
- b  $S_1 3^{3-2} 7^{n-2}$  alors x
- c S121+1-51+1 alors 31+1-
- d S12ttl 32
- alors x
- Si les deux courbes représentatives des fonctions  $f(x) = 3^x$  et f(x) = 4 x se coupent au point de coordonnées (k, 3), alors l'ensemble solution de l'équation 3 \( 4 \) x est égale à

#### Choisissez la bonne réponse

- (2) Si 3\*-5 9 alors x
  - a 2
- .b 7

- d -7
- (3) Si  $2^3 = 20$  où n < x < n+1 et n est un nombre entier, alors n
  - a 1

- (4) Si 3<sup>n</sup> = 9 alors 3 <sup>n+1</sup>=
  - a 5

- (5) Le nombre 5' +1 + 5' est divisible par
- pour tout a entier naturel.

a 7

b 6

- c 13
- d 17

- (6) Si  $\binom{2}{3}$   $x^{3-\frac{3}{2}} = \frac{8}{27}$  alors  $x = -\frac{8}{27}$

b 3

- d 5
- Les deux courbes représentatives des fonctions  $f(x) = 2^x$  et  $g(x) = 3^x$  se coupent en x
  - a 1
- b 0

c 1

d 2

#### (8) Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :

- a 3 444 9
- b 21-5 1

- c 53+2 -1
- d 3<sup>ltl</sup> \_3
- 0 2×31-2 .54
- $f = 7x^5 = 3x^5$

$$(h (\frac{3}{2})^{x-3} - \frac{8}{27})$$

$$1.4' = 64$$

$$(1 (3)^{s+5} - \frac{1}{9})$$

(9) Trouvez, graphiquement l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :

b 21+1 = 5 donnez une valeur approchée à un décimal près

d 
$$2^{x} = \frac{1}{2}x + 1$$

(16) Soit  $f(x) = 2^x$ , Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations survantes

**b** 
$$f(x+1) = \frac{1}{32}$$

(11) Soit  $f(x) = 3^{n+1}$ , Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

$$a f(x) = 27$$

b 
$$f(x - 1) = \frac{1}{9}$$

(12) Sort f(x) 71 2. Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

b 
$$f(2x) = \frac{1}{49}$$

13 Decelez l'erreur.; Mohamed et Karım ont résolu l'équation 2 × 2' 16

#### Solution de Moissue

$$2 \times 2^{t} = 16$$

#### Kolntion de Kerim

$$2 \times 2^{1} - 16$$

#### Laquelle de deux solutions est vraies?

- 14 Le nombre des êtres mantimes se décroit survant l'équation de décroissance exponentielle y  $\cdot$  8192  $(\frac{1}{2})^{n-1}$  où n en semaines, trouvez
  - Le nombre de ces êtres après 4 semaines.
  - b Combien faut il de semaines pour que le nombre des êtres soit egale à 256

# ered an egarithme et ea representation graphique



#### Réfléchissez et découvrez

Observez les équations exponentielles suivantes et essayez de repondre: Si  $2^{x} = 2$  $2^{y} - 4$  $2^{\mathbb{Z}} = 3$  alors:

- 1-x -
- 2- La valeur de z est comprise entre deux nombres entrers consécutifs

Remarquez que: On ne peut pas calculer la valeur de y directement comme celles de x et z, pour cela on a besom d'une nouvelle notion pour calculer la valeur de y



#### A apprendre

#### Fonction logarithme

Sozent x et a deux nombres réelles positifs et a  $\neq 1$ . La fonction loganthme y logar est la fonction réciproque de la fonction y a' Example: Si  $\log_2 32 - 5$  alors  $2^5 - 32$  et réciproquement.

#### Expression orale:

Si le point de coordonnées, (c; d) e à la courbe de la fonction exponentielle y = a1, alois;

- 1- Le point de coordonnées ( ) e à la courbe de la fonction y log x.
- 2- La forme exponentielle a x où a ∈ (\* {1}est équivalente à la forme logarithmique.....



#### Exemple

#### Transformation de la forme exponentielle en forme logarithmique

- (1) Transformez ce qui suit en forme loganthmique :
  - # 34 .81
- $b \ 25^{\frac{1}{2}} \ \frac{1}{5}$  | c \ 10^2 \ 0.01

#### D Solution

- a log<sub>2</sub>81 4
- b  $\log_{0.5} \frac{1}{5} \frac{1}{2}$  c  $\log_{10} 0.01 2$

Expression orale: Peut on transformer (2)4 16 dans la forme logarithmique? Pourquoi?.

#### Aliez apprendre



- · Définition d'une fonction logarithme.
- Représentation graphique d'une fonction logarithme.
- Transformation de la forme exponentielle en forme logarithmique et nversement.
- Resolution de que ques équations ogarithmiques simples.

#### Vocabulaires de base



- Logarithme
- ▶ Fonction réciproque
- Ensemble de définition
- Logarithme decima,

#### Aldes pédagogiques



- Catculatrice scientifique
- Logiciels de graphisme



log = v est appeelér la forme logarithmique

la formea = xestappelée la forme exponentielle équivalente

Remarquez que la base (a) est positive  $Si(-3)^4 = 81$ 

il n ya pas de forme exponentielle équivalente

### 🔝 Essayez da résondre

1 Exprimez chacun de ce qui suit en forme logarithmique:

$$a = 10^3 = 1000$$

## Logarithme décimal

Si la base du logarithme est 10, le logarithme est appelé dans ce cas logarithme décimal. On le note sans base,

Par exemple  $\log_{10} 7$ , s'écrit  $\log 7$  et  $\log_{10} 127$ , s'écrit  $\log 127$ , On peut utiliser la touche  $\log$ dans la calculatrice pour calculer le logarithme normal d'un nombre

#### Exemple

(2) Transformez chacune des expressions suivantes en forme exponentielle

#### Solution

$$a 2^5 = 32$$

$$c 2^0 = 1$$

## Espayoz do récoudre

(2) Transformez les expressions suivantes en forme exponentielle :

$$\log_{105} 25 = \frac{2}{3}$$

## Trouvé la valeur d'une expression logarithmique

(3) Trouvez la valeur de chacune des expressions suivantes :

#### 🖒 Solution

En posant log<sub>5</sub>125 = π En mettant sous la forme exponentielle

$$\log_5 125 = 3$$

b En posant log 0.01 y (loganthme décimal de base 10) En mettant sous la forme exponentielle

$$7.10^{9} = 0.01$$
  $7.10^{9} = 10^{-2}$ 

#### Escayoz de résoudre

- (3) Trouvez la valeur de chacune des expressions suivantes

b log: 32

# Exemple

#### Résolution des équations

- 4) Trouvez dans & l'ensemble solution de chacune des équations survantes :
  - a  $\log_{3}(x + 5) = 3$
- b log 625 3 1
- $\log (x+6) = 2$

#### Solution

L'équation est définie pour toutes les valeurs de x qui vênfient a + 5 > 0 ;

d'où x > 5 (Ensemble de validaté de l'équation)

En mettant l'equation sous la forme exponentielle équivalente

$$x + 5 = 2^3$$

- 3 ∈ Ensemble de validité de l'équation
- , L'ensemble solution est {3}
- b L'équation est définie pour toutes les valeurs réelles de x En mettant l'équation sous la forme exponentielle équivalente .

L'ensemble solution est  $= \{5\}$ 

c L'équation est défine pour toutes les valeurs de qui vérifient f(x)  $\begin{cases} x+6>0 \\ x>0 \end{cases}$ c'est-à-dire Ensemble de validité de l'équation est ]0, +∞ [-{1}-

En mettant l'équation sous la forme exponentielle équivalente,

$$x^2 = x + 6$$

$$x^2 \times 6.0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

$$sort x = 3$$

$$\lambda = 2$$

x - 2 ∉ Ensemble de validité de l'équation.

L'ensemble solution est = {3}

#### 🔝 Espayoz de résoudre

- (4) Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes
  - a.  $\log_{5}(3x \ 1) = 1$
- b  $\log_{2} 27 = x + 2$
- @ log/\_\_\_ 9 = 2

#### Représentation graphique de la fonction logarithme

Si  $f(x) = a^x$  où  $a \in \mathbb{R}^+$  {1} alors la fonction réciproque de la fonction f est appelée la fonction logarithmique c'est à dure que  $y = \log_a x$ 

# Relation entre la fonction exponentielle et la fonction logarithmique

La figure ci contre représente les courbes de la fonction exponentielle  $f(x) = \mathbf{z}^1$  et celle de la fonction loganthime  $y = \log_{\mathbf{z}} x$ 

Étudiez les propriétés de chacune de deux fonctions ensemble de définition, ensemble image et la symétrie par rapport à la droite d'équation y = x.

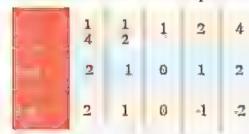


#### Exemple

S Representez, graphiquement les fonctions ve log vet y log v dans un même quadrillage

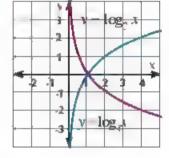
#### Solution

On choisit les valeurs de x les puissances de 2(la base)



Du graphique, on déduit les propriétés de la fonction logarithme Ensemble de définition,  $\mathbb{R}^+$ , Ensemble image  $\mathbb{R}$  La fonction  $y = \log_a x$  est croissante lorsque pour tout x > 1.

décroissante lorsque pour tout 0 < x < 1



3 2

#### Essayez de résoudre

(5) Représentez, graphiquement la fonction v  $\log_3 x$  Du graphique trouvez son ensemble image et étudiez le sens de vanation de la fonction.



#### Exemple

(6) Applications de la vie courante : Dans un pays le système fiscal suit la fonction suivante

$$f(x) \begin{cases} 10\% x & \text{si } x \le 5000 \\ 10\% x + 100 \log (x + 4999) & \text{si } x > 5000 \end{cases}$$

Où x est le bénéfice net annuellement Trouvez :

- a L'impôt acqueille d'un citoyen qui a le bénéfice annuelle s'élève à 3600
- b L'impôt accueille d'un citoyen qui a le bénéfice annuelle s'élève à 8000

#### D Solution

- a f(3600) = 10z × 3600 = 0.1 × 3600 = 360 L.E
- b f(8000) 10% × 8000 + 100 log (8000 4999) 1147.7 L.E.

#### 🔲 Essayez de résoudre

(6) Si a est la somme annuelle dépensée par une société pour la publicité et y est le revenue de la société au cours de l'année actuelle où  $y \approx 10^4 \left[1 + 2 \log \left(\frac{a}{100} + 1\right)\right]$  Calculez y si a = 1100 livres égyptiennes.



#### 1) Completez ce qui suit :

- a La forme exponentielle à log<sub>3</sub>27 = 3 est
- b La forme lograthmique équivalente à 30 = 1 est
- c log 0.001

d log. I

• Si  $\log_1 4 - 2$  alors x =

 $\int Si \log_2 128 = x + 1 \text{ alors } x =$ 

- **9** L'ensemble de définition  $f(x) = \log_2 x$  est
- h Ia fonction f où  $f(v) = \log_a v$  est décroissant pour tout  $a \in$
- La courbe de la fonction  $f \circ \hat{u} f(x) = \log_a x$  passe le point (8,
- L St log3 = x, log5 y alors log 15 =

(en fonction de x et y)

- 2 Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes
  - $\log_3(x \cdot 1) = 2$
- $b \log_3(x+2) 3$
- c log 9 2

- d  $\log_{1+1} 8 = \frac{3}{4}$
- $\log_{1}(x+2) = 2$
- 1 log 9 2
- 3 Sans utiliser une calculatrice, trouvez la valeur de chacun de ce qui suit
  - a logsl
- b log,7
- ic log 9
- d log\_3 + log\_2
- (4) Dans chacun des cas suivants  $\cdot$  représentez, graphiquement la fonction f. Du graphique  $\cdot$  trouvez son ensemble image et étudiez le sens de variation de la fonction
  - a  $f(x) = \log_2 x$
- $b f(x) = \log_3 x$
- $g = f(x) = \log_{\frac{1}{x}} x$
- d  $f(x) = \log_2(x+1)$
- (5) Utilisez une calculatrice pour trouver la valeur de chacun de ce qui suit :
  - a log 15

b log\_27

- € 4log 7 5log13
- (6) Si le tarif annuelle d'un abonnement d'une fammille dans club social suit la relation  $f(x) = 500 + 100 \log_n x$  où n'est le nombre d'années de l'abonnement, x le nombre des idividus de la faminille Calculez la valeur de l'abonnement d'une faminille qui se compose de 5 personnes pour la quitrième année dans le club.

# Quelques prop. logarithmes



#### Allez apprendre

- Utilizé quelques propriétes des jogarithmes.
- Résolution de l'équation logarithme.
- Utilisé, la calculatrice pour résoudre des équations exponentielles.
- Applications quotédiennes sur les logrithmes.



#### Vocabulaires de base

Equation logarithmique

Vous avez appris dans la leçon précédente la notion du logarithme et la représentation graphique de la fonction logarithmique. Dans ce qui suit, nous allors étudier quelques propriétés des logarithmes qui peuvent aider à simplifier les expressions logarithmiques et la résolution des équations comportant des logarithmes.



#### A apprendre

#### Quelques propriétés des logarithmes

 $Sia \in \mathbb{R}^+$  {1},  $x \in \mathbb{R}^+$  et  $y \in \mathbb{R}^+$ , alors

 $1 - \log_a a = 1$ 

Par exemple  $\log_3 3 = 1$ ,  $\log 10 = 1$ 

 $2 - \log_{1} t = 0$ 

Par exemple  $\log_5 1 = 0$ ,  $\log 1 = 0$ 

Essayez de démontrer les propriétés 1 et 2 en utilisant la définition du logarithme

#### 3- Propriété du logarithme d'un produit :

#### Pour demontrer cette propriété :

On pose 
$$b = \log_a x$$
,  $a = \log_a y$ 

D'après la définition du logarithme :

d'où 
$$x y = a^b \times a^c$$
 c'est-à-dire  $x y = a^{b+c}$ 

En transformant le résultat sons la forme logarithmique :

En substituent les valeurs de b et c , on obtient  $\log xy = \log x + \log y$ 



#### Exemple





- Calculatrice sientifique
- Logiciels de graphisme

#### D Solution

L'expression 
$$= \log_{34}(2 \times 17)$$
 propriété (3)  
 $= \log_{34} 34$  propriété (1)

#### Essayez de réseudre

(1) Soit log, 7 ~ 28, log, 13 ~ 3.7 Trouvez la valeur de log, 91 sans utiliser la calculatrice

#### 4- Propriété du logarithme d'un quotient :

$$\log_a \frac{\tau}{v} - \log_a x - \log_a v$$
 (Essayer de démontrer cette propnété)

# **Exemple**

(2) Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur de log 50 log 5

#### O Solution

L'expression 
$$\log \frac{50}{5}$$
 propriété (4)  $\log 10 - 1$  propriété (1)

#### 🔲 Essayez de résendre

(2) Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur de log. 7 log. 35

#### 5- Propriété du logarithme de la puissance :

$$\log_a x^n - n \log_a x$$
 où  $x > 0$  (Essayez de démontrer cette propriété)

#### Exemple

Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur de log<sub>5</sub>125

#### D Solution

L'expression = 
$$\log_5^3 5$$
  
 $3 \log_5 5$  propriété (5)  
 $3 \times 1 = 3$  propriété (1)  
Remarquez que :  $\log_1(\frac{1}{\epsilon}) = \log_2 x$  où  $x \in \mathbb{R}^+$ 

#### Escayez de résoudre

- 3) Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur de log 27
- (4) Reflexion critique: Est ce que l'ensemble de définition de la fonction f telle que f(x)  $\log_3 x^2$  est le même que l'ensemble de définition de la fonction f telle que f(x)  $= 2 \log_3 x$ ? Vérifiez votre réponse

#### 6 - Propriété du changement de base du logarithme

$$\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}$$
 Démonstration de cette propriété

Posons: z log x

 $y^2 = x$  En transformant le résultat sous la forme exponentielle  $z \log_2 y = \log_2 x$  En prenant le logarithme de deux membres

Donc  $z = \frac{\log_a x}{\log_a y}$  c'est-à-dire que:  $\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ 

## **Exemple**

(4) Mettez sous la forme la plus simple  $\log_7 16 \times \log_8 49$ 

#### Solution

L'expression =  $\frac{\log 16}{\log 7} \times \frac{\log 49}{\log 2}$  propriété (6)  $\frac{\log 42}{\log 7} \times \frac{\log^{9} 7}{\log 2}$  propriété (5)  $\frac{4 \log 2}{\log 7} \times \frac{2 \log 7}{\log 2}$  propriété (5)

#### 🚺 Essayez de résoudre

(5) Changez la base dans l'exemple précédent et résolvez

#### 7 - Propriété de l'inverse

 $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$  c'est-à-dire que  $\log_b a$ ,  $\log_a b$ , sont inverse l'un à l'autre (Essayez de démontrer cette propnété)

# **Exemple**

Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur  $\frac{1}{\log_3 15} + \frac{1}{\log_5 15}$ 

#### Polution

L'expression =  $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$  propriété (7) =  $\log_{15} (3 \times 5)$  propriété (3) =  $\log_{15} 15$  1 propriété (1)

#### Essayez de résoudre

Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur  $\frac{1}{\log_3 30} + \frac{1}{\log_3 30} + \frac{1}{\log_3 30}$ 

#### Simplifié les expressions logarithmiques



(6) Mettez sous la forme la plus simple  $\log 0.009 + \log_{16}^{27} + 3 \log_{2}^{5} + \log_{12}^{1}$ 

#### Solution

L'expression  $= \log_{1000}^{9} = \log_{16}^{27} + \log(\frac{5}{2})^3 = \log\frac{1}{12}$  propriété (5)  $= \log(\frac{9}{1000} \times \frac{27}{16} \times \frac{125}{8} \times \frac{12}{1})$  propriété (3), (4)  $= \log 1 = 0$  propriété (2)

#### 🔲 Essayez de résoudre

(7) Mettez sous la forme la plus simple 6  $\log \sqrt{3}$   $\log \frac{22}{5}$  1  $\log \frac{9}{7}$   $\log \frac{1}{2}$ 

#### Résolution des équations logarithmiques



(7) Trouvez, dans R, l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes

a 
$$\log_2 x + \log_2 (x + 1) = 1$$

b 
$$\log_2 x + \log_4 x = 3$$

#### O Solution

Ensemble de validité de l'équation x > 0 x + 1 > 0 (Ensemble de validité de l'équation)  $\log_2 x (x + 1) = 1$  propriété (3)

 $x(x+1) = 2^1$  En transformation de la forme logarithmique à la forme exponentielle  $x^2 + x = 2 = 0$  . . (x+2)(x-1) = 0

Soit  $x \neq 2$  ou x = 1 puisque  $x = 2 \notin$  Ensemble de validité de l'équation . Ensemble des solutions  $\{1\}$ 

b L'équation est valide pour tout a > 0 (Ensemble de validité de l'équation)

 $\log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = 3$  propriété (6)

 $\log_2 x + \frac{\log_2 x}{2} = 3$  Mutipliant par 2

 $2\log_2 x + \log_2 x = 6 \qquad \qquad \triangle 3\log_2 x = 6 \qquad \qquad \triangle \log_2 x = 2$ 

3 4 (En transformation de la forme logarithmique à la forme exponentielle)

Pois que x 4 ∈ Ensemble de validité de l'équation

Ensemble des solutions {4}

- Essayez de résettére
- (8) Trouvez, dans R., l'ensemble des solutions de chaquine des équations suivantes
  - $\log (2x+1) \log (3x+1) = 1$
- b  $\log_{10} x = \log_{10} 2$

Résolution des équations exponentielles en utilisant les logarithmes



#### Exemple

- (9) Trouvez, dans R l'ensemble des solutions de chacun des cas suivants en arrondissant le résultat à un centièmes près :
  - a 21 7

b 3 144 51-3

#### Solution

a 2' 7 En prenant le logarithme de chaque membre

$$1.\log 2^x = \log 7$$

$$\therefore \log 2^x = \log 7 \qquad \therefore x \log 2 - \log 7$$

En utilisant la calculatrice comme suit :

$$t \simeq 2.81$$

$$\therefore$$
 Ensemble des solutions =  $\{2.81\}$ 

(Vérification de la solution en utilisant la calculatrice) 2. (2) (ans) (=



- b 3x\*1 -5x\* En prenant la logarithme de deux membres
  - ..  $(x+1)\log 3 (x-2)\log 5$

$$x \cdot x \log 3 + \log 3 - x \log 5 = 2 \log 5$$

En utilisant la calculatrice comme suit :





... a ~ 8.45 Ensemble des solutions {8,45}

(Vérification de la solution en utilisant la calculatrice)



#### 📔 Essayaz da résoudre

- (8) Trouvez à deux décunales près, l'ensemble des solutions de chacun de ce qui suit
  - a 74 2

b 4 1-1 31



#### Activité

#### Applications mathématiques et de la vie courante

**En lien avec l'industrie:** Si la compétence d'une machine décroit annuellement survant la relation C = C<sub>0</sub> (0,9) ° où C est la compétence de la machine, C<sub>0</sub> est la compétence initiale de la machine et n'est le nombre d'années d'utilisation de la machine. Sachant que la machine est démantelée si sa compétence diminue à 40 % de sa compétence initiale, quel le nombre d'années de travaille de la machine avant sa dénasalisation?

#### Solution

La compétence est 40½ veut dire 40% de la compétence initiale

$$0.4_{C_0}$$
 =  $(0.9)^*_{C_0}$  En divisant par  $C_0$ 

$$\therefore n = \frac{\log 0.4}{\log 0.9} = 8.696718$$

C'est-à-dire que la machine travaille plus que 8 ans avant de sa dénasalisation

#### Application sur l'activité

(9) Dans l'exemple précédent, trouvez la compétence de la machine après 4 ans de début de son travail



#### Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- (1) log,8
  - a 4

**b** 3

- c 16
- d 10

- 2 log2 + log5 =
  - a 1

- b log 7
- 6 log2.5
- d 10

- (3) log 15 =
  - a 2

b 9

- 0 1
- \_d \_1

- 4 Si log3 = x , log 4 = y alors log 12 =
  - a x + y
- p X.
- 16 3 y
- d logx + log y

$$(5)$$
 2  $\log_6 2 + 2 \log_6 3$ 

- b 36
- 0 2

**d** 12

$$\log_5 5 \times \log_5 2 =$$

- b 10
- d zero

$$7 \log_{5} 2 \times \log_{5} 5 \times \log_{2} 3 =$$

- a 30
- b 1
- , c ()

d log 30

#### (8) Exprimez chacun de ce qui suit en fonction de log a ou, log (a + 1)

$$b \log \frac{x}{x+1}$$

$$b \log_6 2 + \log_6 3$$

d 
$$\log 48 + \log 125 + \log 6$$
 6  $\frac{1 - \log 2}{\log 125}$ 

$$6 \quad \frac{1 \cdot \log 2}{\log 125}$$

$$b_1 = \frac{1}{2} \log_3 c + \frac{1}{2} \log_3 b + 2\log_3 c - \log_3 \sqrt{ab} = \log_3 3c^2$$

#### (16) Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

a 
$$\log_2 x + \log_2 (x+2)$$
 3 b  $\log_2 x + \log_2 (x+3)$  1 c  $\log_5 x + \log_2 2$  2

d 
$$\log (x+3) \log 3 = \log x$$
 (\*  $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} = 2$  f  $\log x - \frac{3}{\log x} = 2$ 

$$\int_{1}^{\pi} \log x - \frac{3}{\log x} = 2$$

## 11) Démontrez que loga y loga y loga y loga de l puis calculez la valeur de $\log_2 3 \times \log_3 5 \times \log_4 16$

- (12) Trouvez la valeur de a dans chacun des cas suivants en arrondissant le résultat a un centième près
  - a 3x 7
- b 54-1-2

#### Activité

En lien avecta biologie: Si le volume d'un échantillon de bactérie dans un moment est 3 × 10° et le volume d'un echantillon augmente suivant la fonction exponentielle  $v = 3 \times 10^{9} (1.15)^{\circ}$ Trouvez le volume de bactérie après 4 heures

#### Résumé de l'unité

#### 1) Puissances entières

Pour tout  $a \in \mathbb{R}$  et pour tout  $n \in \mathbb{Z}$ , on a :

a a a x a x a x x x x a ( où le facteur a est répété n fois)

**b** a 1 pour tout 
$$a \in \mathbb{R}$$
 . **c**  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ,  $a^* = \frac{1}{a^0}$  où  $a \neq 0$ 

#### Propriétés de puissances entières

Pour tout  $m \in \%$  et  $n \in \%$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$  et  $b \mid 0$  on a.

$$d \left( \frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^m}{b^n}$$

#### 2) Racine nième

L'équation x<sup>n</sup> a où a ∈ 3 et n ∈ Z\* admet n racines

Si n est pair et a est positif

L'équation admet deux racines réelles(les autres racines sont des nombres complexes), l'une est positive et l'autre est négative

Si n est pair et a est négatif

L'équation n'admet pas de racines réelles (les racines sont des nombres complexes)

© Sin est impair et a ∈ 📱

L'équation admet une racine réelle unique qui est (les racines sont des nombres complexes)

d Sin  $\in \mathbb{Z}^+$  et a = 0:

L'équation admet une racine réelle unique qui est égale à zéro. (l'équation admet n des racines répétées et nulles)

3) Propriétés des racines nième : Si Va . V h E & alors

a 
$$\sqrt[4]{ab} = \sqrt[4]{a} \times \sqrt{b}$$
 b  $\sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a}$ ,  $b \neq 0$ 

$$c \sqrt{a^m} = (\sqrt[4]{a})^m = a^n$$

c 
$$\sqrt[4]{a^m} = (\sqrt[4]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$
 d  $\sqrt[4]{a^n} = a$  St n est impaire  $= a$  St n est paire

Pulesances fractionnaires a <sup>1</sup>/<sub>n</sub> √<sub>a</sub> où √<sub>a</sub><sup>m</sup> ∈ R

Propriétés des puissances fractionnaires

a  $a^{\frac{n}{n}}=\sqrt[4]{a^m}$  où  $a=\frac{n}{n}-\{0\}$ ,  $n\in\frac{\infty}{n}-\{1\}$ ,  $m\in\mathbb{Z}$  et il n'y a pas de facteur communemme m et n.

b On peut généraliser les règles des puissances entières sur les puissances fractionnaires

6 Function exponentialle: Sif R → R + telle que f(x) = a' pour tout a ∈ R {1} alors la fonction f est appelée une fonction exponentielle de base a

#### 7 Propriétés de la courbe de la fonction exponentialle

- a L'ensemble de définition est R
- L'ensemble image est R
- La fonction est croissante sur son ensemble de définition pour tout a > 1 La fonction est de appelée fonction de croissance exponentielle
- d La fonction est croissante sur son ensemble de définition pour tout 0 < a < 1La fonction est appelée fonction de crossance exponentielle.
- 8 Croissance exponentialle: Nous pouvous utiliser la fonction f telle que f(t) a (1 + p)t pour représenter la croissance exponentielle d'un pourcentage annuel fixe durant des périodes équivalentes où t'est le temps écoule pendant une période, a est la valeur initiale et p est le pourcentage de croissance dans cette période du temps
- 9 Décroissance exponentielle: Nous pouvous utiliser la fonction f telle que f(t) = a(1 p)<sup>t</sup> pour representer la décroissance exponentielle d'un pourcentage annuel fixe durant des périodes équivalentes où t est le temps écoulé pendant une période, a est la valeur initiale et p est le pourcentage de croissance dans cette période du temps

#### 10 Fonction logarithmique

- Si a ∈ R<sup>+</sup> {1} la fonction logarithme y log<sub>a</sub> x est la fonction réciproque de la fonction
- b ab c alors b log, c (Transformation de la forme logarithmique en forme exponentielle)
- Loganthme décimal. Si la base du logarithme est 10, le logarithme est appelé dans ce cas Logarithme decimal

#### 11 Propriétés de la fonction logarithme

- Ensemble définition de la fonction logarithme 2.\*
- b Ensemble image de la fonction logarithme F
- La forme loga x est équivalente à la forme a<sup>y</sup> = x

#### 12 Propriétés de la logarithmes : Si a ∈ &† -{1}

- a  $\log_a a = 0$  c  $\log_a x^m = \log_a x$
- 0 < x fig.

- d  $\log_a x + \log_a y \log_a x y$  où x, y > 0
- $\log_a x \cdot \log_a y \cdot \log_a \frac{x}{y} \cdot \operatorname{où} x, y > 0$
- 1.  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_a a}$  où x > 0,  $a \in \mathbb{R}^{\pm}$  {1},  $b \in \mathbb{R}^{\pm}$  {1}
- 9 log x x log a 1



## Complétez de qui suit ;

- Si x<sup>4</sup> 16 alors x =
- Si la courbe d'équation y al passe par le point de coordonnées (4, 16), alors a
- d log 1000
- La fonction définie par f(x) = a 'est décroissante quelque soit x et a ∈
- La courbe de la fonction définie par f(x) = 2° est l'image de celle de la fonction dans la symétine par rapport à la droite d'équation y x
- 9 La courbe de la fonction définie par f(x) = 3º est l'image de celle de la fonction dans la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.
- h Si  $5x^2 3x^2$  alors  $7x^2 -$
- La courbe de la fonction définie par f(x) = 3° coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées
- j Si log<sub>x</sub> 3 alors log<sub>s</sub> x
- $k = \log_3 3 \times \log_4 2 \times \log_4 5 =$
- $1 \cdot \frac{1}{\log_2 14} + \frac{1}{\log_2 14}$
- Mettez dans la forme la plus simple :

- · b (\$\sqrt{10}^2)\sqrt{2}
- $\cdot \circ \log_{\frac{3}{2}} + \log_{\frac{3}{2}}$

- d  $\sqrt{8} \times \sqrt{4}$
- 1og,5 × log,3
- 1 log 40 log 5
- (3) Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :
  - a 🖺 9

- $b \ 3 \ x^3 \frac{1}{81}$   $e \ \log_{x}(x+6) \ 2$
- $d \log_5 \frac{1}{1} = 2$
- $\log_2(x-1) \log_2(x-2) = 2 \cdot 3 \cdot x^{-1} = 4$

- Trouvez la valeur de  $\frac{7.85 \times 4.00}{8.400}$  en arrondissant le résultat à un dixième près
- (5) Représentez graphiquement chacune des fonctions définies et après

a  $f(x) = 2x^{-1}$ 

**b**  $g(x) = (\frac{1}{3})x$  **c**  $h(x) = \log_2 x$ 

 $d \quad i(x) = \log_{x}(x - 1)$ 

En lien avec l'économie :

- (6) Le prix d'un article augmente annuellement dans le taux 9%. Si le prix actuel de l'article est. 1000 L.E.
  - a Ecrivez une formule exprimant le prix de l'article après n'année
  - Après combien d'année son prix devient le double du prix actuel.
- (2) Dans un pays, le nombre d'une espèce des ammaux suit une décroissance exponentielle. Si le nombre de cet espèce des animaux était 80540 en 1960 et il a diminué à 53879 dans L'année 2000
  - Ecrivez une formule exprimant le nombre des animaix après n année de l'an 1960.
  - b Trouvez le nombre de cet espèce des animaix en 1985.
  - Si le nombre de cet espèce des animaix a continué à diminué, en quelle année prévoyezvous que le nombre arrive à sa montié de l'année actuelle 1960.
- (8) Solent log2 0,301, log3 0,477 trouvez, sans utiliser une calculatrice la valeur

**a** 1026

b  $\log \frac{3}{2}$ 

© Toe5

9 Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

a 21=5

b 3141 -7

 $(a (\frac{2}{3})^{1/3} - 9$ 

d 51 4 - 3

e 3' 1 8' -

1 2×5<sup>3</sup> 7

- (10) Sort f(x). 31
  - Démontrez que f(a) x f(b) = f(a + b)
  - Trouvez l'ensemble solution de l'équation  $f(x+1) = \frac{1}{2}$
- (1) Trouvez, graphiquement l'ensemble solution de l'équation survante  $x=1-\frac{1}{2}x$



- (1) Déterminez l'ensemble définition de chacune des fonctions définie ci dessous
  - a  $f(x) = \sqrt{x-2}$
- $b f(x) = \frac{x-2}{x}.$
- $g(x) = \log_3(x-2)$
- (2) Dans chacun des cas suivants, tracez la courbe représentative des fonctions ainsi définies en déduisez. l'ensemble image, le sens de variation et la parité de chacune des fonctions
  - $a f(x) = (x 2)^2$

**b** f(x) = 3x - 1

g(x) = 2

d  $h(x) = 1 - \log_2 x$ 

3 Simplifiez.

(b 
$$(125)^{\frac{2}{3}} \times (81)^{\frac{4}{3}} \times (15)^{-1}$$

- (4) Trouvez la valeur de ce qui suit sans utiliser la calculatince :
  - a (16)

b \$\frac{1}{27^2}

G (3-1)<sup>2</sup> ×9 × (√15) 0

- d  $\log 5 * \log \frac{1}{5}$
- log 1

- f 3log<sub>3</sub>5 + log<sub>3</sub> 125
- (5) Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations survantes
  - a x 2 = 5

b  $3x^2 - \frac{1}{3}$ 

c x-4 - 1

- d logx log3 + log 10
- (6) Calculez en utilisant la calculatrice :
  - a La valeur de x qui vérifie x 25 en arrondissant à deux d' décimales prés
  - b La valeur de 3 750 5 510
- Parmi les fonctions définies ci dessous. Indiquez celle qui représente une croissance exponentielle et celle qui représente une décroissance exponentielle:
  - # y -3 (1.05)

b  $y = 10(2.1)^{r-1}$ 

 $y = 0.4(\frac{1}{2})^x$ 

d y 0.2(3) 1-1



#### Introduction de l'unité

Calcule la dérivée et intégral est l'une des modernes branches des mathématiques. Cette branche consiste à l'étude des limites, continuité, dérivation et calcul intégral ainsi que les séries à l'infinie. Cette branche est utilisée pour l'étude et l'analyse des fonctions. Le calcul différentiel et intégral entre dans de nombreuses applications en géométrie et dans différents domaines lettress où il y a besoin d'étudier la variation de la fonction, son changement et la résolution des problèmes que l'algèbre ne peut résoudre facilement

#### Compétences attendues de l'unité

Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- Precomaître les bases des limités,
- Reconnaître les formes mdéterminées comme: 0, +00, (+00) (+00), 0 × (+00)
- Déterminer une méthode pour Calculez la hunte d'une fonction. Par la substitution directe, par la factorisation, par la division énclidiente ou en multipliant par le conjugué.
- From the Calculez less limites en utilisant la formide lim  $x^n \cdot x^n = n x^{n-s}$ \*\* a = x-2

B Calculez les limites en utilisant la formule :

- Trouvez la limite d'une fonction à l'infini algébriquement et graphiquement.
- # Utilizer les logiciels de graphisme pour vérifier la limite d'une fonction et pour estuner une limite sous forme d'activité
- Reconnaire des applications vanées sur les notions de base des limites des fonctions.



#### Vocabulaires de base

- Quantité indéterminée
- ั เกติอักม

Limite d'une fonction

- Substitution directs
  - Conjugate

Fonction polynòme

🖟 (Limite d'une fonction à l'infini



# Organigramme de l'unité

#### Limites

Limite d'une fonction

Introdution aux limites

Limite en un point

Limite à l'infinie

Substitution direct:

factorisation

Division euclidieran Multiplication par le conjugé

Théorème.

1 → 3



## Leçons de l'unité

- Legon (3 1) Introducțion aux lumtes
- \_econ (3 3) Limite d'une fonction algébriquement.
- keçon (3-3) Limite d'une fonction à l'infun-



# Aides pédagogiques

Caloulatrice Ordinateur «Logicieis de graphisme

# Introduction aux limites

#### Allez apprendre

- Ouantités ndéterminées.
- □mite d'une fonction en un point

La notion de la limite d'une fonction en un point est des notions essentielles en science de calcule differentiel. Cette notion est basée essentiellement sur l'étude du comportement de la fonction sur son ensemble de définition. C'est pour cela on doit reconnaitre les différentes quantités dans les nombres réelles.



#### Reflechissez et discutez

Trouvez le résultat de ce qui suit, st cela est possible :

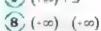
$$(1)$$
 3 > 5  $(3)$  4 9

(5)0.0











7 (+00) (+00)

# 00 est un symbols qui exprime le plus grand nombre qui, on peut imaginer.

#### Vocabulaires de base

- Quantité ndéterminée
- Indéfini
- Ensemble des nombres réels prolongé.
- Valeur de la fonction
- Limite d'une fonction.

#### **Quantités indéterminées**



#### A apprendre

Dans la rubrique « Réfléchissez et discutez » en trouve que les résultats des opérations sont parfaitement déterminés dans les questions 1, 2, 3 tandis qu'ils ne le sont pas dans les autres cas.

On remarque que 7 · 0 est indéfinie car la division par 0 n'a pas de sens. De même, on ne peut pas déterminer le résultat de l'opération 0 ÷ 0 ear il existe une infinité de nombres en les multipliant par 0 cm obtient 0. C'est pour cela que 📅 est une quantité indéterminée.

Les quantités  $(+\infty) \cdot (+\infty) \cdot (+\infty) \cdot (+\infty) \cdot (+\infty) \cdot (+\infty)$  sont également indéterminées (Pourquoi)?

# Aides pédagogiques

- Cax matrice vettres
- Logicieis de graphisme.

L'ensemble R ∨ {-∞ ; +∞} est appelé l'ensemble des nombres réels prolongé. On le note  $\mathbb{R}$  , Si  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}$  , alors :



- Trouvez le résultat de ce qui suit dans l'ensemble des nombres réels prolongé, si cela est possible
  - 3 4 + (+00)
- 5 3 (+09)
- 6 0 3
- d =5 .0

- 0 + 0
- 1 0.0
- g 5×(+∞)
- h -6×(00)

#### Solution

- a + 02

- G ()
- d Indéfini

- . 0
- . ! Quantité indéterminée

- 4-00

#### 🔝 Essayez de résoudre

- 1) Trouvez le resultat de ce qui suit dans l'ensemble des nombres réels prolongé, si cela est possible:
  - a 0:(2)
- b 7.0
- 0 9: (+0)
- d (+co) x 0

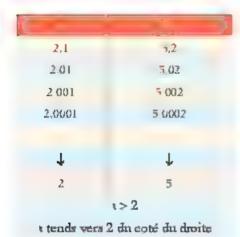
- $0 (-7) \times (+\infty)$
- 1 (=0) + 12 g (+00) + (+00) h (+00) (+00)

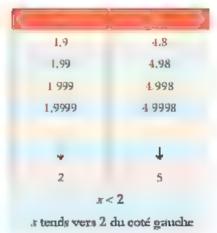
#### Limite d'une fonction en un point :

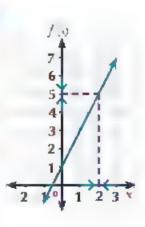


#### Activite

Etudiez les valeurs de la fonction f telle que f(x) = 2x + 1 quand x tend vers 2 à travers les données du tableau survant







On remarque que:

- Quand x tend yers le nombre 2 du côté droite ou du côté gauche, quelle la valeur atteinte parf(x) 7
- Quand x tend vers le nombre 2 du côté droite ou du côté droite, quelle la valeur atteinte par f(x)?

Lorsque y tend vers le nombre 2 soit du côté droit et du côté gauche, alors f(1) tend vers le nombre 5. Ou le note  $\lim_{x \to 0} (2x+1) = 5$ 



Si la valeur d'une fonction f tend vers une valeur unique lorsque v tend vers a du côté droite et du coté gauche, alors la limite de la fonction est égale à !

Elle symbolisée par lim f(r) / et se lit limite de

et se lit limite de f(x) si x tend vers a est égale à  $\ell$ 



(2) Sont f(x)  $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  Etudiez les valeurs de f(x) lors que x tend vers 2.

#### Solution

K	0 -400			
2,1	4,1	1 9	3,9	
2,01	4 01	1 99	3 99	
2 001	4 001	1,999	3 999	
1	1	1	1	
2	4	2	4	
x > 2		x <	x < 2	

D'après l'étude graphique et du tableau on trouve que  $f(x) \rightarrow 4$  lorsque  $x \rightarrow 2$  soit du côté droite ou du côté gauche  $\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 \cdot 4}{x \cdot 2} = 4$ 

#### Dans cet exemple, on remarque que :

- **1-** Le rond vide dans la représentation graphique veut dire on a une forme indéterminée  $\frac{0}{0}$  lorsque t=2 (c'est-à-dire que la fonction n'est pas définie en t=2)
- 2- L'existence d'une limite de la fonction si  $x \to 2$  ne veut pas nécessairement dire que la fonction est définie en x = 2.

#### Reseyez de résoudre

(2) Sont  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  Etudiez les valeurs de f(x) lors que x tend vers (1)

# Exemple

3 Dans chacun des figures survantes. Trouvez tim f(x)

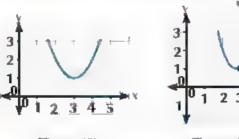


Figure (1) Figure (3)

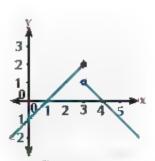


Figure (2)

#### noitules 💮

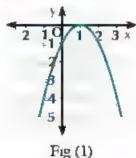
Figure (1)  $\lim_{x \to 3} f(x) = 1$ 

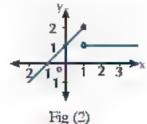
Figure (2)  $\lim_{x\to 3} f(x) = 1$  (Remarquez que la fonction n'est pas défine en x=3)

Figure (3)  $\lim_{x\to 3} f(x)$  n'existe pas

#### Essayez de résoudre

3 Dans chacun des figures suivantes Trouvez  $\lim_{\lambda \to a} f(\lambda)$ 





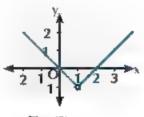


Fig (3)

#### D'après les exemples précédents, on remarque que :

L'existence d'une limite de la fonction si  $x \longrightarrow a$  cela ne veut pas nécessairement dire que la fonction est définie en  $x \longrightarrow a$  et réciproquement si la fonction est définie en cela ne veut pas nécessairement dire que la fonction est définie en x = a

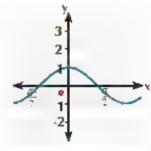
#### Expression orale:

Ecrivez une phrase sur la différence entre la valeur d'une fonction en un point la limite d'une fonction en même point

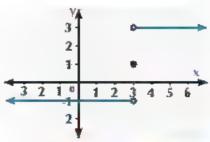


#### [I] Déterminé la limite graphiquement

- (1) Dans la représentation graphique el contre trouvez :
  - a  $\lim_{x\to 0} f(x)$
  - b f(0)



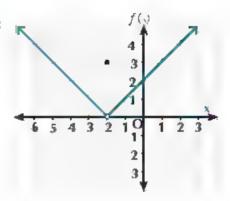
- 2 Dans la représentation graphique el contre trouvez :
  - a  $\lim_{x\to 3} f(x)$
  - b f(3)



3 Dans la représentation graphique ci contre, trouvez :



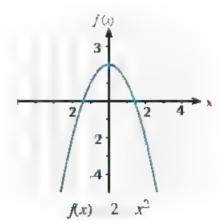
$$c = \lim_{x \to 0} f(x)$$



4) La figure ci-contre est représentation graphique de la fonction  $f(x) = 2 \cdot x^2$ 

De la représentation graphique, trouvez :

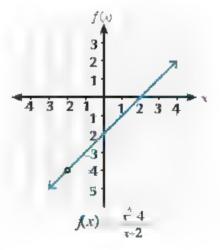
a 
$$\lim_{x\to 0} (2x^2)$$



(5) La figure ci-contre est représentation graphique de la fonction  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ 

De la représentation graphique, trouvez

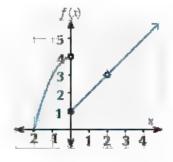
a 
$$\lim_{x\to 2} f(x)$$



(6) Dans la représentation graphique si contre, trouvez :

b 
$$\lim_{x \to a} f(x)$$

$$\begin{array}{ccc}
x \to 0 \\
\text{d} & \lim_{x \to 2} f(x)
\end{array}$$



#### [II] Déterminé la limite d'après une interférence numérique (tableaux du calcule)

(7) Complétez le tableau suivant puis déduisez  $\lim_{x\to 2} f(x)$  telle que f(x) = 5x + 4



(8) Complétez le tableau suivant puis déduisez lim (3x + 1)



9 Complétez le tableau suivant puis déduisez  $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 



(10) Complétez le tableau suivant puis déduisez lim x 2 x 4

# 3 - 2

# Déterminé de la limite d'une fonction algébriquement

## Allez apprendre

- Umite d'une fonction polynôme.
- Quelques théorèmes des limites
- Utilisation de la division euclidienne pour Trouvez la limite d'une fonction
- Utiliser ie théorème :

Dans ce qui suit nous allors présenter quelques théorèmes et résultats pour déterminer la limite d'une fonction sais parcount aux tableaux du calcule.



#### Actività

Utilisez un logiciel de graphisme pour représenter graphiquement chaoune des deux fonctions  $f_1(x) = x^2 + 2$ ,  $f_2(x) = 2x + 3$ 

- I  $f_i(1)$ ,  $\lim_{x\to 1} f_i(x)$  (Que remarquez vous?)
- 2 f(0).  $\lim_{x \to 0} f(x)$  (Que remarquez vous ?)



#### A apprendre

#### Vocabulaires de base

- . Umite d'une fonction
- Substitution directe
- Factorisation
- Division composée
- Conjugué

#### Limite d'une fonction polynôme



Si f(x) est une fonction polynôme et a ∈ K , alors :

$$\lim_{t\to a} f(x) - f(a)$$

# Exemple

- 1) Trouvez la limite de chacune des fonctions suivantes :
  - a  $\lim_{x \to 3\pi} (x^2 3\pi 5)$
- b lim (4)

#### Solution

 $n = \lim_{x \to \infty} (x^2 - 3x + 5)$ 

t-2 4 6+5 3 (Par substitution directe)

b  $\lim_{x\to 3} (-4) = 4$  On remarque que f(x) = -4 (constante) pour tout  $x \in \mathbb{R}$ 

# Aides pédagogiques

- Catculatrice lettres
- Logidels de graphisme

#### 📘 Escayoz de récoudro

- 1 Tronvez la limite de chacune des fonctions suivantes ;
  - a hm (2x 5) v→1
- b  $\lim_{x\to 2} (3x^2 + x 4)$

Si 
$$\lim_{x\to a} f(x) = \ell$$
  $\lim_{x\to a} g(x) = m$ 

$$\lim_{x \to a} c f(x) = c \ell \quad \text{out } k \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to a} f(x) \cdot g(x) : \ell \cdot m$$

$$\lim_{x \to a} f(x) \cdot g(x) : \ell \cdot m$$

$$\lim_{x \to a} f(x) \cdot g(x) \cdot \ell \cdot m$$

$$\lim_{x \to a} f(x) \cdot g(x) \cdot \ell \cdot m$$

5- 
$$\lim_{x\to a} (f(x))^n = \ell^n$$
 où  $\ell^n \in \mathbb{R}$ 

# Exemple |

2) Trouvez la limite de chacune des fonctions survantes ;

a 
$$\lim_{x\to 1} \frac{3x+7}{x^2+2x-5}$$

O Solution

Solution has 
$$(3x + 7)$$
  
a  $\lim_{x \to 4} \frac{3x + 7}{x^2 + 2x + 5} = \lim_{x \to 4} \frac{3x + 7}{(x^2 + 2x + 5)} = \frac{3 \times 1 + 7}{(1)^2 + 2(1) \cdot 5} = \frac{4}{45} = \frac{2}{3}$ 

Essayez de résoudre

(2) Calculez la limite de chacune des fonctions suivantes ;

a 
$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-3}{2x+1}$$



Si 
$$f(x) = g(x)$$
 pour tout  $x \in \mathbb{R} \{a\}$ 

et 
$$\lim_{x\to a} g(x) = \ell$$
 alors  $\lim_{x\to a} f(x) = \ell$ 



3 Trouvez:  $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ 

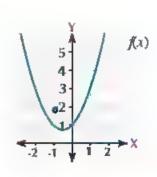
D Solution

On remarque que  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  est îndéterminée en x = 1

En factorisant puis on divisant par les facteurs communs non nuls, nous pouvons écrire f(x) sous la forme.

$$f(x) = \frac{(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)} \quad x^2 + x + 1$$

$$= g(x)$$



De ce qui précède, on trouve que f(x) = g(x) pour tout  $\neq 1$ 

Comme  $\lim_{x\to 1} g(x) \to 3$  (time fonction polynôme)

Et d'après le théorème précédent, on déduit que  $\lim_{x\to 1} f(x) = 3$ 

$$\lim_{\tau \to 1} \frac{\tau^3 - 1}{\tau - 1} = 3$$







4 Trouvez: 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + x + 2}$$

#### Solution

On remarque que pour x-1, la fonction du numérateur est f(x)-0 et la fonction du numérateur est g(x)=0. Cela signifie que (x-1) est un facteur commun du numérateur et du dénommateur. Vu la difficulté de factoriser la fonction du numérateur en deux facteurs dont l'un est (x-1), on utilise la méthode de la division euclidienne pour Trouvez l'autre facteur de l'expression  $x3-2x^2+1$  comme suit.

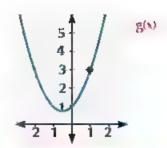
#### Pour cela:

$$\lim_{t \to 1} \frac{(x-1)(x^2 - x-1)}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - x-1}{x+2} \to \frac{1}{3}$$

#### 🔲 Essayez da résoudre

4 a 
$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3 + x^2 + 5x + 6}{x + 2}$$

$$b = \lim_{\tau \to 3} = \frac{\tau^3 - 10\tau - 3}{\tau^2 - 2\tau - 3}$$



#### tauses prom ac minition

Dans la division euclidenne: (1) On range le dividende et le diviseur soit dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant. (2) On divise le premier terme du dividende par le premier terme du diviseur et on écrit le résultat. (3) On multiplie le résultat par le diviseur puis on rehanche le produit du dividende pour obtenir le reste. (4) On répète le méme processus jusqu à la fin de la division.



#### Utilisation du conjugué

(5) Calculez les limites suivantes :

b hm 
$$\frac{x^2}{x-5}$$
  $\sqrt{x-4}$  3

#### Colution

On remarque que :  $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}-1}{x-4}$  est une quantité indéterminée x=4 On cherche une méthode pour se débarrasser du facteur (x-4) existant au numérateur et au dénominateur.

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x + 3} - 1}{x + 4} \times \frac{\sqrt{x + 3} + 1}{\sqrt{x + 3} + 1} = \lim_{x \to 4} \frac{x + 3 - 1}{(x + 4)(\sqrt{x + 3} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{x + 4}{(x + 4)(\sqrt{x + 3} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{1}{\sqrt{x + 3} + 1} = \frac{1}{2}$$

b 
$$\lim_{\tau \to 5} \frac{x^2 + 5x}{\sqrt{x + 4} + 3}$$
  $\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x + 4} - 3} \times \frac{\sqrt{\tau + 4} + 3}{\sqrt{x + 4} + 3}$   $\lim_{x \to 5} \frac{x(x + 5)(\sqrt{\tau + 4} + 3)}{x + 4 - 9}$   $\lim_{x \to 5} \frac{x(x - 5)(\sqrt{\tau + 4} + 3)}{(x - 5)}$   $\lim_{x \to 5} x(\sqrt{\tau + 4} + 3) = 5 (3 + 3) = 30$ 

#### 🔝 Essayez de résoudre

(5) Calculez les limites suivantes.

a 
$$\lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{x+1}}{x \cdot 5}$$

b 
$$\lim_{x\to 1} \frac{x\cdot 1}{\sqrt{x+5}}$$



# Exemple

6 Déterminez:  $\lim_{x\to 1} \frac{x^{19}-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^{19}-1^{19}}{x-1} = 19 \times 1^{18} = 19$ 



Corollaires issus du théorème :

$$\begin{array}{ccc}
1 & \lim_{x \to 0} & \frac{(x+a)^n - a^n}{n} = n a^{n-1} \\
\end{array}$$



#### 7 Calculez

a 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(x+5)^4 - 625}{x}$$

$$c = \lim_{t \to 0} \frac{(t+1)^{12} - 1}{s}$$

$$\frac{1}{b} \lim_{x \to 2} \frac{x^5 - 32}{x^2 - 4}$$

$$\frac{d}{x} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-4)^5 + 32}{x + 2}$$

#### Solution

$$\mathbf{a} = \lim_{s \to 0} \frac{(s+5)^4 - 5^4}{s} = 4 \times 5^3 - 500 \qquad \mathbf{b} = \lim_{s \to 2} \frac{s^5 - 2^3}{s^2 - 2} = \frac{5}{2} \times {}^{3}2 = 20$$

b = 
$$\frac{\lim_{x\to 2} - \frac{x^5 - 2^3}{x^2 - 2} - \frac{5}{2} \times {}^32 - 20$$

c 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(x-1)^{11}+1^{-11}}{x} \to 11 \times 1^{-11}+11$$

d 
$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-4)^5+32}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-4)^5-(-2)^5}{(x-4)(-2)^5}$$

$$5(2)^4 = 80$$

## 🔝 Escayoz do résoudre

#### (6) Calculez ·

# b lim (e - 3)4 - 81

## Exercices (3 - 2)

#### Complétez ce qui suit :

(1) 
$$\lim_{x\to 2}$$
 (3x + 1) -

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{v^2 - \tau}{\tau}$$

(1) 
$$\lim_{t \to 2} \frac{\hat{v} \cdot v2}{2 + 4}$$

$$2 \lim_{x \to 1} \frac{x}{x+1}$$

(6) 
$$\lim_{\tau \to 2} \frac{\tau^3 - 8}{\tau - 2}$$

$$(10) \lim_{t\to 1} \left(\frac{t+1}{t+1}\right)^{\epsilon}$$

(12) 
$$\lim_{\tau \to 1} \frac{\tau^{7} - 1}{\tau^{5} - 1} =$$

## Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

13) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-1}{x}$$
 est égale à:

a O

b 1

- -

d n'a pas de limite

a 1

b 0

c 1

d 3

- 15) lim 2.2 8 est égale à
  - a 2

b 4

c 6

d 8

- (16) lim sin est égale à:
  - a 1

b 7

0 2

d n'a pas de limite

- (17)  $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{x}$  est égale à:
  - a 72

b 1

c 4 π

d n'a pas de limite

#### Trouvez les limites suivantes (si elles existent)

- (18)  $\lim_{x\to 3} (x^2 3x + 2)$
- (19)  $\lim_{x \to -2} \frac{x^2 1}{x 3}$
- $\begin{array}{ccc}
  & \lim_{x \to \frac{\pi}{A}} & (2x & \sin x)
  \end{array}$
- $\underbrace{21}_{x \to R} \quad \frac{\cos 2x}{x}$

 $\lim_{\tau \to -1} \frac{\tau - 1}{x^2 + 1}$ 

- 23) km 9 1 1.9 1 81
- (24)  $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 + 4}{\pi + 4}$
- 25 hm 1 1

(26)  $\lim_{x \to 4} \frac{4x^2 \cdot 64}{x \cdot 4}$ 

(27) lim = 25x t = 5

#### Unite 3: Larri te

- 28 lm r · 1 · 1
- 36 lim v<sup>3</sup> 8
- 32 lm 2 r 6
- $\lim_{\tau \to 0} \frac{(2\tau 1)^2 1}{5\tau}$
- (36)  $\lim_{\tau \to 1} \left( \frac{\tau}{\tau 1} \frac{3\tau \cdot 4}{\tau \cdot 1} \right)$
- 38  $\lim_{\tau \to 1} \frac{\tau^3 + \tau^2 2}{\tau 1}$
- $\lim_{t\to 1} \frac{t^t-t\cdot 2}{t^t-1}$
- $\lim_{\tau \to 0} \frac{\sqrt{9+16}}{r} = 4$
- (46) lim v<sup>4</sup> 16
- 48 lm r<sup>5</sup> 243
- 52 hm 32 x 1 1 16 x4 1
- (54) lim (x+1)9 I
- $56 \lim_{x \to 1} \frac{(x-2)^4 81}{x-1}$

- $\underbrace{31}_{t=\tau}^{\lim} \quad \underbrace{2 \, t^2 \, \tau \, 3}_{4t^2 \, 9}$
- (33)  $\lim_{x \to 3} \frac{2x^2 5x 3}{x^2 x 6}$
- (35)  $\lim_{\tau \to 0} \frac{(\tau 1)^3 1}{\tau}$
- (37)  $\lim_{\tau \to 1} \frac{\tau^3 \tau^2 + 2\tau 2}{\tau 1}$
- (39)  $\lim_{\tau \to 1} \frac{\tau^3 5\tau^2 \tau}{\tau^4 2\tau}$
- $\lim_{\tau \to 1} \frac{\sqrt{\tau} 1}{\tau 1}$
- $\lim_{\tau \to 0} \frac{\sqrt{\tau+1} 1}{t}$
- (45)  $\lim_{v \to 1} \frac{v^{2} 1}{v 1}$
- (47)  $\lim_{x \to 4} \frac{t^3}{x} = 64$
- 49 hm 1 128
- (53)  $\lim_{\tau \to 1} \frac{f}{f} \frac{1}{f}$
- (55) hm (3 h)<sup>4</sup> 81 6 h

# Limite dime fonction a 18mmi

3 - 3

Dans beaucoup d'applications pratiques et de la vie quotidienne, nois avons besoin de connaître le comportement d'une fonction f quand f activité suivante illustre cette situation.

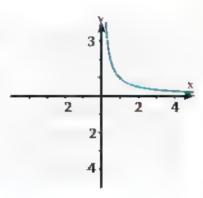


#### Activité

Utilisez un logiciel de graphisme pour représenter la fonction f telle que f(x) = \frac{1}{x} \ x > 0

telle Que se passe-t il dans la courbe de la fonction quand les valeurs de x augmentent et tendent vers l'infini ?

> On remarque que quand x s'approche de l'infinie, la valeur de f(x) s'approche de zéro.



#### Allez apprendre



- Limite d'une fonction à l'infin.
- Recherche de la timite d'une fonction à l'infinpar la résolution algébrique.
- Recherche de la limite d'une fonction à l'infini par la résolution graphique.

#### Vocabulaires de base



 Lamite d'une fonction à Finfin!

#### A apprendre

#### Limite d'une fonction à l'infini



$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$$



$$\lim_{r_{\infty}+\infty} \ \frac{a}{x^n} = 0 \quad \text{où } \{n \in \mathbb{R} \text{ , a est constant}\}$$

#### Formules de base :

- > lim c c, où e est constante
- Si n est un nombre entier positif, alors lim x<sup>n</sup> = +∞

Remarquez que : le theoreme (2) déjà étudié dans la leçon précédente, concernant la limite d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient de deux fonctions quand v \_\_\_\_\_, a est vrai aussi quand v \_\_\_\_\_ + \infty

#### Aides pédagogiques



- Calculatrice scientifique
- Lögiciels de graph sme



#### Exemple

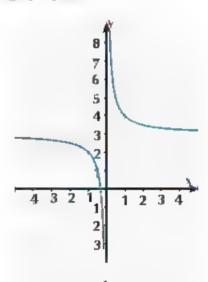
- (1) Calculez
  - a  $\lim_{\tau \to +\infty} \left( \frac{1}{\tau} + 3 \right)$

- $b \quad \lim_{v \to +\infty} (4 \frac{3}{v})$
- > En utilisant un logiciel de graphisme, vénifiez le résultat graphiquement,

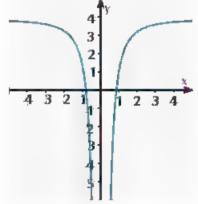
#### Solution

 $\lim_{\tau \to +\infty} {1 \choose \tau} = \lim_{\tau \to +\infty} \frac{1}{\tau} + \lim_{\tau \to +\infty} 3$  0 + 3 - 3

$$\lim_{x \to +\infty} {1 \choose x} + 3$$



b  $\lim_{x \to +\infty} (4 \frac{3}{x^2}) \lim_{x \to +\infty} 4 \lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x^2}$   $4 3 \lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x^2} + 4 3 \times 0 = 4$   $\lim_{x \to +\infty} (4 \frac{3}{x^2}) = 4$ 



#### 🔲 Essayoz do résoudre

- (1) Calculez:
  - a  $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{5}{x}+2\right)$

$$\underline{b} \quad \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{2}{x^2} + 5 \right)$$



## Exemple

2 Calculez: lim (x3 + 4 x - 5)

### D Solution

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 + 4x + 5) = \lim_{x \to +\infty} x^3 (1 + \frac{4}{x^2} - \frac{5}{x^3}) \text{ en prenant } x^3 \text{ facteur commun}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} x^3 \times \lim_{x \to +\infty} (1 + \frac{4}{x^2} - \frac{5}{x^3}) = +\infty \times 1 = +\infty$$

## 🔲 Escayoz de résoudre

(2) Calculez les limites survantes

a 
$$\lim_{x\to +\infty} (x^3 + 7x^2 + 2)$$

b 
$$\lim_{x \to +\infty} (4 - 3x - x^3)$$

# Exemple

(3) Calculez les límites survantes ;

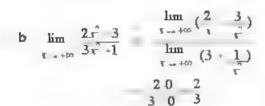
a 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{3x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \to \pm \infty} \frac{2x^2 - 3}{3x^2 + 1}$$

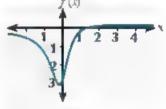
### Co Solution

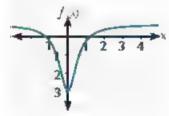
Dans tous les cas, on divise le numérateur et le dénommateur par  $x^2$  (la plus grande puissance existante au dénommateur).

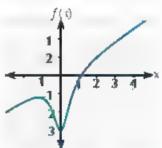
a 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x - 3}{3x^2 - 1} = \frac{\lim_{x \to +\infty} (\frac{2 - 3}{3 - x^2})}{\lim_{x \to +\infty} (3 + \frac{1}{2})} = \frac{0}{3} \cdot 0 = 0$$



c 
$$\lim_{\tau \to +\infty} \frac{2x^{2} - 3}{3x^{2} + 1}$$
  $\frac{\lim_{\tau \to +\infty} (2x - \frac{3}{x^{2}})}{\lim_{\tau \to +\infty} (3 + \frac{1}{x^{2}})}$ 







De l'exemple précédent, on déduit que le calcul de  $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$  où f(x) et g(x) sont deux fonctions polynômes:

- La limite est un nombre réel différent de zéro si le degré du munérateur le degré du dénominateur.
- La limite est égale à zero si le degré du minérateur < degré du dénominateur.</p>
- $\blacktriangleright$  . La limite est égale à  $\pm \infty$  si le degré du numérateur > degré du dénominateur,

# Essayez de résoudre

# (3) Calculez:

a  $\lim_{x \to 80^{\circ}} 5x^{\circ} 3x = 1$ 

b  $\lim_{3 \to +\infty} \frac{4\tau^3}{8\tau^4} \frac{5\tau}{3\tau^2} \frac{2}{2}$ 



# (4) Calculez les limites suivantes

a 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{x^3+1}$$

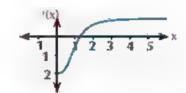
b 
$$\lim_{x \to +\infty} (x \sqrt{\frac{x}{x} + 4})$$

### Solution

a 
$$\lim_{t \to +\infty} \frac{t^3}{tt^3} \frac{2}{1}$$

$$x > 0$$
 d'où  $x = x$ 

$$\lim_{x \to \pm \infty} \frac{x^3}{x^3 \pm 1}$$



$$f(x) = \frac{x^3}{[x]^3 + 1}$$

En divisant le numérateur et le dénommateur par  $v^{\rm l}$ 

$$\lim_{\substack{x \to +\infty \\ 1 \to +\infty}} \left(1 - \frac{2}{x^3}\right) = \frac{1}{1 \div 0} = 1$$



$$\lim_{\substack{\mathfrak{r} \to \infty \\ \mathfrak{r} \to \infty}} (\mathfrak{r} \sqrt{\mathfrak{r}^2 + 4}) \quad (\mathfrak{r} \sqrt{\mathfrak{r}^2 + 4})$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + \sqrt{4}}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$=\lim_{\tau\to+\infty}\frac{4}{\tau\cdot\sqrt{\tau^2+4}}$$

$$x > 0$$
 . X X Enclavisant le numerateur et le denominateur par  $x = \sqrt{x^2}$ 

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x \sqrt{\frac{x}{x^2} + 4}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} (1 + \sqrt{1 + \frac{4}{x^2}}) = 0$$

# Essayoz do résoudre

# 4 Calculez:

a) 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+25}}$$

b. 
$$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{3x^2 + 5x} - \sqrt{3}x)$$



### Exercices (3 - 3)



## Complétez ce qui suit :

- (1)  $\lim_{K \to 0.03} (1 + \frac{3}{4})$
- (3) lm (7) =
- (5)  $\lim_{\tau \to \infty} \frac{2\tau \cdot 1}{\tau}$
- (7) lm +3-3
- (9)  $\lim_{x \to +\infty} (3 + \frac{4}{x})$

- (2) lim (3 2)
- 4 lm  $(x^2-3) =$
- 6  $\lim_{t \to +\infty} \frac{t^3 5}{t^2 1}$
- (8)  $\lim_{V \to +\infty} \frac{3v}{\sqrt{\sqrt{v-1}}}$
- 10 km (\$\sqrt{\tau^2 + 1} = \text{2}

## Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- 11)  $\lim_{\tau \to +\infty} \frac{6x}{2x+3}$  est égale à
  - a ()

b 2

G 3

d + 60

- (12)  $\lim_{x \to \infty} \sqrt{\frac{4}{x}} = 1$ 
  - a ()

b 1

0 3

d + to

- $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+3}{2 + x^2}$ 
  - a ()

- b 1/2
- c 3
- d + 00

- 14) lim r 1 2r 1
  - a ()

 $\frac{1}{2}$ 

- c 1
- **d** + 00

- $\lim_{\tau \to +\infty} \sqrt{\frac{1}{4\tau}} \frac{\tau}{1}$ 
  - a 1
- $\bar{\mathbf{b}} = \frac{1}{4}$
- , c 1

**d** 1

# Trouvé la limite d'une fonction à l'infinie

16 lim 3

- (17)  $\lim_{x \to +\infty} (x^3 + 5x^2 + 1)$
- 18  $\lim_{x \to +\infty} \frac{2}{2} \frac{7x}{3x}$

(19) km r

- (20)  $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^2}{x^2 + 3}$
- 21) hm 5 61 3r

- (22)  $\lim_{\tau \to +\infty} \frac{2\tau}{\tau} \frac{1}{4\tau} \frac{1}{1}$
- 23  $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 2}{3x^2 + 4x + 1}$
- 24  $\lim_{x \to +\infty} \frac{2 x^2 1}{4x^3 5x 1}$

- 26  $\lim_{x \to +\infty} (7 + \frac{2x^2}{(x+3)^2})$
- (27)  $\lim_{x \to +\infty} \left( \frac{1}{3x^2} \frac{5x}{2+x} \right)$

(28)  $\lim_{\tau \to +\infty} \left( \frac{\tau}{2\tau + 1} + \frac{3\tau^2}{(\tau \cdot 3)^2} \right)$ 

nternational Printing House

(29)  $\lim_{\tau \to +\infty} \frac{\tau}{\sqrt{4+\tau^2}}$ 

$$\lim_{t \to +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x) \quad \text{(31)} \quad \lim_{t \to +\infty} (\sqrt{5x^2 + 4x + 7} - \sqrt{5x^2 + x + 3})$$

33 
$$\lim_{\tau \to +\infty} \frac{4 \ 3 \tau^3}{\sqrt{\tau^6 \cdot 9}}$$

### Réflexion créative

Une entreprise produit des cartes de vœux. Le coût fixe d'une production s'élève à 5000 Livres. De plus, se rajoute une demie Livres par carte produite. Le coût total de la production est S  $\frac{1}{2}x * 5000$  où est le nombre de cartes produites

### Tronvez:

- (1) le coût de la production d'une cartes si l'entreprise produit
  - 10000 cartes

- b 100000 cartes
- le coût de la production d'une carte si l'entreprise produit une infinité de cartes



### Activité

Utilisé un logiciel de graphisme pour trouver la limite d'une fonction en un point (calculatrice graphique) Utilisez un logiciel de graphisme pour représenter chacune des fonctions survantes puis trouvez la limite de la fonction au point indiqué :

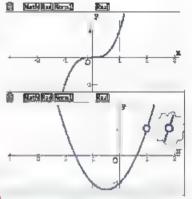
a 
$$f(x) = x^3 \sin x = 0$$
 b

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \sin x = 1$$

$$\sin f(x) = \frac{\sin 2^{n}x}{x^{2}} \sin x = 0$$

## Tolution \$ 50 lution

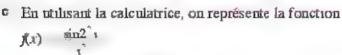
En utilisant la calculatrice, on représente la fonction  $f(x) = x^3$ Du graphique Im f(x) 0



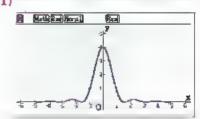
b En utilisant la calculatrice, on représente la fonction

$$f(x)(\frac{x^3-1}{x-1}) = 2$$

Du graphique  $\lim_{x \to a} f(x) = 1$  Remarquez le rend vide au point de coordonnées (1; 1)







### Résumé de l'unité

L'ensemble des nombres réels prolongé  $\mathbb{R} - \mathbb{R} \cup \{\infty; +\infty\}$ 

1) 
$$+\infty + a = +\infty$$
  
2)  $+\infty + a = +\infty$   
3)  $\frac{a}{+\infty} + a = 0$   
4)  $+\infty + a = 0$   
5)  $+\infty + a = 0$   
5)  $+\infty + a = 0$   
6)  $+\infty + a = 0$   
6)  $+\infty + a = 0$   
6)  $+\infty + a = 0$ 

- Si la valeur de la fonction f(1) tendent vers une valeur réelle unique ℓ quand a tend vers le nombre réel a soit du côté droit et du côté gauche, alors la limite de la fonction est égale a  $\ell$ . On le note  $f(\lambda) = \ell$ . Il se lui la lumite de la fonction  $f(\lambda)$  si  $\lambda$  tends vers a est égale à  $\ell$
- L'existence de la limite d'une fonction quand  $x \rightarrow a$  ne signifie pas forcement que la fonction est définie en x = a Réciproquement, une fonction est définie en x = a ne signifie pas forcement que la fonction admet une lumite quand x \_\_\_\_ a \_\_\_
- si  $\lim_{x\to a} f(x) = \ell$   $\lim_{x\to a} g(x) = m$  alors:  $\lim_{x\to a} cf(x) = k\ell$  ou  $k \in \mathbb{R}$  2  $\lim_{x\to a} [f(x) \pm g(x)] = \ell \pm m$   $\lim_{x\to a} f(x) \cdot g(x) = \ell \cdot m$  4  $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{f(x)} = \ell \cdot m \neq 0$   $\lim_{x\to a} (f(x))^n = \ell^n$  où  $\ell^n \in \mathbb{R}$

- Limite d'une fonction à l'infinie.

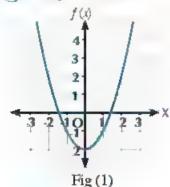
- 2  $\lim_{t\to +\infty} \frac{a}{x^n} = 0 \text{ {où } n \in \mathbb{R}, a constant}$
- lim c=c, on c constant si où n'est un nombre entier positive  $\lim_{x \to \infty} x^n \to \infty$ 
  - Pour trouver la limite  $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$  où f(x) et g(x) sont des fonctions polynômes, alors
- 1) La lunite est un nombre réelle non nul si le degré du numérateur degré du dénominateur.
- (2) La limite est égale à zéro si le degré du numérateur < degré du dénominateur</p>
- (3) La limite est égale à + ∞ si le degré du numérateur > degré du dénominateur
  - Pour effectuer la division euclidienne, on suit les étapes suivantes
- (1) On écrit les termes du dividende et ceux du diviseur dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant
- (2) On divise le premier terme du dividende par le premier terme de diviseur et ou écrit le résultat de la division.
- (3) On multiplie le résultat de la division par le diviseur et on soustrait pour obtenir le reste.
- (4) On continue par la même façon jusqu'à la fin de la division.



### Exercices généraux



(1) Complétez à l'aide de la représentation graphique





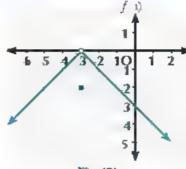
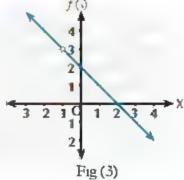


Fig (2)

$$\lim_{\lambda \to 3} f(\lambda)$$

$$f(3)$$



(2) Complétez le tableau suivant et déduisez lun



0.9

0.99

0 999

1

1.001

1,01

1.1

Soit la fonction f telle que : f(x) =

 $six \neq 2$ 

ena 2

Construisez un tableau pour étudier les valeurs de la fonction lorsque  $\lambda$ 2 puis trouvez la valeur de k si f(2)... lim x 2

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

(4) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 + x}{x}$$
 est égale à:

(5) 
$$\lim_{n\to\infty} \frac{x^3+2}{x^2+1}$$
 est égale à:

6 
$$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt[4]{x^2 + 1} - x)$$
 est égale à:

Trouvez les limites suivantes elles existent :

(13) 
$$\lim_{X \to +\infty} \frac{3x^3}{x^2+1}$$

(14) 
$$\lim_{3 \to +\infty} \frac{7x^3}{3x^2} = 5$$

9 
$$\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

(12) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(x+1)^{10}-1}{x}$$

$$\lim_{\lambda \to +\infty} \frac{2\vec{r} - 5x \cdot 1}{3\vec{r} - 7}$$



# Épreuve cumulative

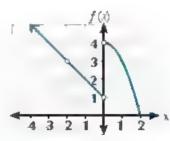


- Simplifiez les expressions suivantes

- a  $\frac{v}{v^2 v}$  b  $\frac{x+1}{v^2+2v-1}$  for  $\frac{x^2+25}{(x-5)^2}$  d  $\frac{x+3}{x^3+9}$  (2) Soient  $f_1(x) = \frac{2 \cdot x}{2 \cdot v+8}$ ,  $f_2(x) = \frac{v^2+4 \cdot v}{v^2+8v+16}$ . Est ce que  $f_1(x) = f_2(x)$  Vénfiez votre réponse.
- 3 Soient  $f_1(x) = \frac{4}{x+1}$ ,  $f_2(x) = \frac{3}{x-1}$  Trouvez  $f_1(x) = f_1(x) + f_2(x)$ , précisez l'ensemble de définition de  $f_1^{x+1}$
- 4 Mettez la fonction f sous la forme la plus simple où  $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1}$  en précisant son ensemble de définition.
- (5) Mettez la fonction g sous la forme la plus simple où g(x)  $\frac{\tau^2 1}{x^3} + \frac{\tau^2 5}{3x}$  en précisant son ensemble de définition.
- (6) Ecrivez une proposition symbolique pour exprimer la phrase survante Si la valeur de la fonction f(x) tendent vers une valeur réelle unique  $\ell$  quand x tend vers le nombre réel a soit du côté droit et du côté gauche, alors la limite de la fonction est égale à  $\ell$ .
- $\bigcirc$  Si  $f(x) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  étudiez les valeurs de x lorsque x s'approche de 1
- 8 Soit la fonction f telle que f(x)  $\begin{cases} x & \text{si } x < 2 \\ x + 2 & \text{si } x \le 2 \end{cases}$

Tracez la courbe représentative de f, puis étudier l'existence de  $\lim_{x\to 2} f(x)$ 

- (9) Donnez un exemple pour qui explique ce que suit :
  - a L'existence d'une limite de la fonction si x ------ 1 ne veut pas nécessairement dire que la fonction est définie en x 1
  - b Si la fonction est défime en x 1, cela ne veut pas nécessairement dire que l'existence d'une limite de la fonction si a \* L
- (10) Dans la figure ci-contre, trouvez :
  - a f(0)
- b  $\lim_{x\to 0} f(x)$
- c f(2)
- d  $\lim_{x\to 2} f(x)$



- (11) Calculez les limites suivantes :
  - a  $\lim_{\tau \to \infty} \frac{7x}{2\tau + 5}$
- to lim



### Introduction de l'unité

La ungemometrie est l'un des pranches des mathématiques dont les pharactes sont des premiers qui le sont utilisé ils sont utilisés les règles trigonométriques pour bâtir les pyramides et les temples. Les grecs ont élaboré les regles trigonométriques pour trouver des relations l'antiles longueurs des cotés d'un triangle par les mesures de ses angles lis ont également crès une méthode pour élaborer les tableaux des sinus dans le triangle, Nous signalons loi que le mathématiquen Leonhard Euler (1707-1783) qui a présenté une nouvelle expression des fonctions trigonometriques. La également presente pesucoup des symboles qui sont utilisés dans les problèmes de mathématiques présentés actualiement à nos étudiants dans les écoles et les universités. Dans cet unite, nous allons étudier les règles qui relient les longueurs des cotés d'un triangle par la mesure de ses angles.

# 3

# Compétences attendues de l'unité

Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- Déduire la loi de sinus dans un triangle dont l'énoncé est : « Dans tout triangle les longueurs des côtés sont proportionnelles aux sinus des angles opposés.»,
- Utiliser la loi de sinus pour trouver les longueurs des côtés d'un triangle.
- Utiliser la loi de sinus pour trouver les mesures des angles d'un triangle (Il y a deux solutions pour un angle inconnu).
- Déduire la relation entre la loi de sinus dans un triangle et la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle et utiliser cette relation pour résoudre des exercices varies.

- Identifier et déduire la loi de cosinus dans un triangle,
- Utiliser la loi de cosinus pour trouver la longueur d'un côté inconnu dans un triangle.
- Utiliser la lot de cosinus pour trouver la mesure d'un angle inconnu dans un triangle.
- Utiliser les lois de sinus et cosinus pour résoudre un triangle.
- Utiliser la calculatrice pour résoudre des exercices et des activités vanées en utilisant les lois de sinus et cosinus dans un triangle.



### Vocabulaires de base

Trisonométrie

E Lai de sinus

2 Lorde commun

3 Angle nign

3 Angle ohtm

Angle droft.

🗦 Le plus petit côté

🖟 Le pius tong chilè

Aire do reconste

🗦 Longiteurs det cotes d'un triangle

5 Anglet immensors

E Le plus petit angle

🗦 Le pius grandungie

Augle opposé



## Leçons de l'unité

Legen (4-1): Les de sinue

Leçan (4-2): Los de cosmus



# Aides pédagogiques

Calculatrice scientifique



# 🚱 Organigramme de l'unité

### Lois de cosinus

Applications géométrique et de lavie csurante dans triangle Trouvé la mesure d'un angle incomus dans triangle

Trouvé la longueur d'un coté in connue dans triangle

### Lois de sinus

Applications géométrique et de layle csurante dans triangle Trouvé la mesure d'un angla inconnue dans triangle

Trouvé la jongueur d'un coté in connue dans triangle

### Résolution générale du triangle

étant donné les longueurs de ses trois côtés étant donné les longueurs de deux côte et la mesure de l'angle compris entre eux étant donné les mesures de deux angles et la longueur d'un côté

# Unité 4

# Loi de sinus



### Allez apprendre

- Lois de sinus dans un triangle.
- Utilisation de la foi de sinus pour resoudre un triangle.
- Modéliser at résoudre des problèmes quotidiens utilisant in
- Fulfi babon de la relation entre la loi de sinus dans un triangle et la longueur du ravon du ceccle ctrounsent au triangle gour résoudre des probièmes



### Vocabulaires de base

- Frigonométrie
- e for de sines
- Angle aigu
- Angle obtus
- Angle drot
- F Cas ambiou



### Aides pédagogiques

- Calculation letter
- Logicials de graphique





Les angles inscrits interceptant le même arc ont la même mesure. L'angle inscrit en demi cercle est droit



### Préliminaire

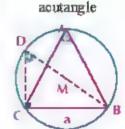
On a étudié comment on peut résoudre un triangle rectangle. On va étudier comment on peut résoudre des triangles non rectangles. On s'ait qu'un triangle a six éléments trois côtés et trois angles. Si on a trois de ces éléments (parmi eux la longueur d'un côté), on peut trouver les trois autres éléments en utilisant les lois des sinus et la loi des cosmis. Dans ce moment, on dit qu'on a résolu ce triangle.

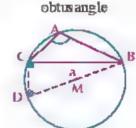


### A apprendre

### Loi (règle) de sinus

Les figures survantes représentent trois sortes des triangles





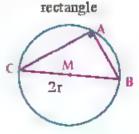


Figure (1)

 $m(\angle A) \quad m(\angle D) \quad m(\angle A) \quad 180^{\circ} \quad m(D)$ 

Figure (3)

Dans la figure (1) puis que A ABC est un triangle acutangle, alors

De même on peut déduire que 
$$\sin B = \frac{b}{2\pi}$$
,  $\sin C = \frac{a}{2\pi}$ 

Dans la figure (2) puis que A ABC est un triangle obtusangle en A

$$\sin D = \frac{a}{2r}$$
 et  $\sin A = \frac{a}{2r}$ 

Dans A ABC: u. b et e sont les symbole des côtés BC, AC, AB respectivement.

De même on peut deduire que :

$$\sin B = \frac{b}{2r} \cdot \sin C \cdot \frac{c}{2r}$$

«A l'aide de votre professeur démontrez cette relation»

Maintenant: essayez de démontrer cette relation si le triangle est rectangle en A En général dans un triangle ABC on a:

a b c 2r où r est le rayon du cercle circonscrit au triangle.

sin A sin B sin C

C'est à dire que Dans un triangle, les longueurs des cotés d'un triangle sont proportionnelles aux sinus des angles qui lui sont opposés. La loi de sinus



### **Auto-apprentissage**

Démontrez la loi de sinus par d'autres méthodes

# Utilisé la loi (règle) de sinus pour trouver les longueurs des cotés dans un triangle:

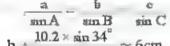


1 ABC est un triangle tel que m ( / A) = 75°, m( / B)= 34° et a 102 cm, Calculer b et c à un centimètre près



$$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) - 180^{\circ}$$
  
 $m(\angle C) - 180^{\circ} - (75^{\circ} + 34^{\circ})$   
 $= 71^{\circ}$ 

On utilise la règle de sinus pour déterminer b et c



$$b = \frac{10.2 \times \sin 34^{\circ}}{\sin 75^{\circ}} \sim 6 \text{cm}$$

En utilisant la calculatrice

En utilisant la calculatrice

## 🔲 Essayez de réseudre

(1) ABC est un triangle tel que m(∠C) 61°, m(∠B) 71° et b 91cm, Calculez a et c à un centimètre près

# Déterminé la longueur du plus long côté d'un triangle



2 Determinez la longueur du plus long côté dans le mangle ABC dans lequel m (\_'A) = 49° 11', m(\_B) = 76° 17', c = 11.22cm (Donnez une valeur approchée à deux dicimal prés au résultat)



a:- 19.2 cm

An plus long côte d'un triangle est opposé l'angle dont la mesure la plus grande et réciproquement

### D Solution

" 
$$m(\angle C) = 180^{\circ} [m(\angle A) + m(\angle B)] = 180^{\circ} (49^{\circ} 11^{\circ} + 76^{\circ} 17^{\circ}) = 54^{\circ} 32^{\circ}$$

Le plus long côté qui est opposé l'angle B, c'est à dire qu'on veut calculer b

## Essayoz do récoudre

(2) Déterminez la longueur du côté du plus court dans le triangle ABC tel que  $m(\angle A) = 43^\circ$ ,  $m(\angle B) = 65^\circ$ , c = 8.4 cm en arrondissant le résultat à un décimal près

## Résolution d'un triangle en utilisant la loi de sinus

Résoudre un triangle consiste à trouver les mesures de ses éléments inconnus en connaissant trois de six éléments dont au moins de ses éléments est la longueur d'un côté. Car on ne peut pas résoudre le triangle en connaissant seulement les mesures de ses trios angles. La loi des sinus permet de résoudre un triangle en connaissant les mesures de deux angles et la longueur d'un côté du triangle.

# (I) Résolution d'un triangle en connaissant la longueur d'un côté et les mesures de deux angles:

Pour résoudre un triangle ABC en connaissant les mesures de deux angles B, C et la longueur du côté a, on suit les étapes suivantes

- 1- On utilise la relation  $m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$  pour calculer  $m(\angle A)$
- 2- On whise la lor des sums:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$  pour calculer b
- 3- On utilise la loi des sims: 

  | a | c | pour calculer c |
  | Dans ce qui suit, il y des exemples illustratifs:

# 5

## Exemple

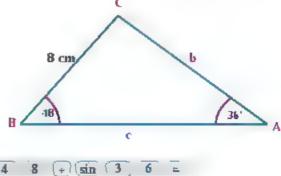
Résoudre le triangle ABC tel que m( 'A) 36°, m( B) 48°, a 8 cm en approchant le résultat à trois décimale près

# Solution

On trouve  $m(\angle C)$ :

On détermine b en utilisant la règle de sinus

En utilisant une calculatrice 8 × sin 4



En utilisant une calculatrice

## 🚺 Escayoz de résoudre

(3) Résoudre le triangle XYZ tel que y = 107.2cm, m( $\angle$  x) =  $33^{\circ}$  16', m( $\angle$  z) =  $44^{\circ}$  19'

## Applications géométriques

Relation entre la règle de sinus et le rayon du cercle circonscrit au triangle

On a déjà étudié: a b c 2 roù rest le rayon du cercle circonscrit au triangle

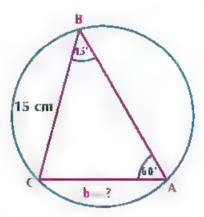


ABC est un triangle tel que a 15cm, m(∠A) 60° et m(∠B) 45° Calculez c c et la longueur du rayon du cercle circonsent au triangle ABC en arrondissant le résultat à une unité près



On trouve m(∠C)

On utilise la règle de sinus pour trouver c



Pour trouver la longueur du rayon du cercle circonsent au triangle ABC, on utilise la relation

$$\frac{a}{\sin A} = 2r$$
  $\therefore \frac{15}{\sin 60^{\circ}} = 2r$   $\therefore 2r \times \sin 60^{\circ} = 15$ 

$$r = \frac{15}{2 \sin 60^\circ} \approx 9 \text{cm}$$

Essayez do résoudro

(4) ABC est un triangle tel que m(...A) = 64° 23', m(\(\precede{\p



### Exemple

- ABC est un triangle inscrit dans un cercle tel que AB AC 182 cm et la longueur du rayon du cercle est 100 cm. Calculez
  - a la longueur de la base BC à un décimal près
  - b l'aire du triangle ABC à un cm carré près.



Aire d'un triangle =

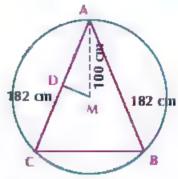
1 produit de deux
côtes × sin angle
compris

### C Solution

On trouve m(\( \subseteq \mathbb{B} \)

Dans △ ABC on a:

$$\therefore$$
 m( $\angle$ B) = 65° 30° 19°



(m(∠B) m(∠C) car ABC est un triangle isocèle et les deux angles sont aigus)

0.91

On trouve m( ∠A)

On utilise la règle de simus pour trouver la longueur de BC,

$$\frac{BC}{\sin 48^{\circ} 59^{\circ} 22^{\circ}} = \frac{182}{\sin 65^{\circ} 30^{\circ} 19^{\circ}} = \frac{182 \times \sin 48^{\circ} 59^{\circ} 22^{\circ}}{\sin 65^{\circ} 30^{\circ} 19^{\circ}} = 150.9 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{\sin 6} = \frac{2 \times \sin 48^{\circ} 59^{\circ} 22^{\circ}}{\sin 65^{\circ} 30^{\circ} 19^{\circ}} = \frac{2}{\sin 65^{\circ} 30^{\circ}} = \frac{2}{\sin 65^{\circ}} = \frac{2}{\sin 65^{\circ}} = \frac{2}{\sin 65^{\circ}} = \frac{2}{\sin 65^{\circ}} = \frac{2}{\sin 6$$

Arre du triangle ABC  $=\frac{1}{2}$  AB × AC sin A  $=\frac{1}{2} \times 182 \times 182 \sin 48^{\circ} 59^{\circ} 22^{\circ} \simeq 12497 \text{ cm}^{2}$ 

# Essayez de résoudre

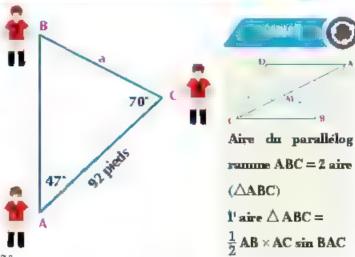
- (5) ABC est un triangle inscrit dans un cercle tel que AB AC 10,3 cm et la longueur du rayon du cercle est 8.4 cm. Calculez:
  - a la longueur de la base BC
- b l'aire du triangle ABC sur la loi des sints

# Application de la vie quotidienne sur la règle de sinus

On peut utiliser la règle de sinus pour résoudre beaucoup de problèmes en traçant un triangle, puis on le résout



6 En lien avec le sport: La figure ci-contre représente les positions des trois joueurs d'une équipe de football dans un matche. Déterminez la distance entre le deuxième joueur et le troisième joueur à pieds un près.



Solution

$$m(\angle B) = 180^{\circ} \cdot (70^{\circ} + 47^{\circ}) = 63^{\circ}$$

La distance entre le deuxième joueur et le troisième joueur est a

En utilisant la calculatrice

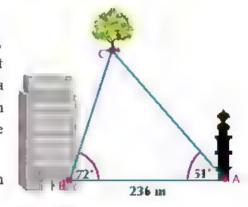
La distance entre le deuxième joueur et le troisième joueur est environ 76 pieds près

# Essayez de resoudre

(6) Déterminez la distance entre le premier et le deuxième joueur à un pied près



7 Enlien avec la géographie; Dans la figure suivante, il y a trois positions géographiques qui représentent un triangle. La distance entre la position A et la position B est 236 km. La distance entre la position A et la position C est 262 km et la mesure de l'angle à la position B est égale à 72°, Déterminez



- La distance entre la position C et la position B en arrondissant le résultat à une unité près
- b L'aire du terrain triangulaire dont les positions A B et C sont les sommets en arrondissant le résultat à un mètre carré près

# Dolution (

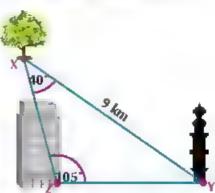
- On thouse  $m(\angle C)$  dans  $\triangle$  ABC:  $m(\angle C) = 180^{\circ} (51^{\circ} + 72^{\circ}) = 57^{\circ}$ On utilise la règle de sinus pour trouver la longueur de  $\overline{BC}$ .

  BC  $\overline{BC} = \frac{AB}{\sin C}$  (Régle de sinus)  $A = \frac{BC}{\sin 57^{\circ}}$   $\overline{BC} = \frac{236}{\sin 57^{\circ}}$ D'où BC  $= \frac{236 \times \sin 51^{\circ}}{\cos 57^{\circ}} = 218.6871 \sim 219$  metrez
- b L'aire du terram dont les positions A, B et C sont les sommets du triangle m(∠B)

Aire du tringle ABC  $-\frac{1}{2}$  a c sin B  $-\frac{1}{2} \times 218,6871 \times 236 \times \sin 72^{\circ} \sim 24542 \text{ m}^{\circ}$ 

## Essayoz de résoudre

(7) Dans la figure suivante, il y a trois positions géographiques qui representent les sommets d'un triangle. Si la distance entre la position X et la position Y est 9 km et la distance entre la position Y et la position Z est 6 km et la mesure de l'angle en position Z est égale à 105°, Déterminez:



- E La distance entre la position X et la position Z
- b L'aire du triangle dont les sommets sont les positions X, Y et Z

Utilisé la règle de sinus dans un triangle pour déterminer les mesures des angles d'un triangle (Il existe deux solutions pour un angle de mesure inconnue)



### Activité 1

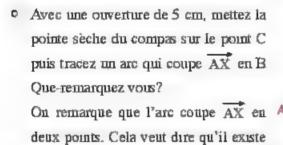
Tracez le triangle ABC dans lequel ABC b = 7 cm,

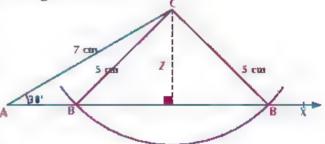
 $a = 5 \text{ cm et m}(\angle A) = 30^\circ$ 

### Les instruments utilisés:

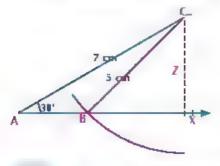
Des feuilles Un crayon – Une règle Un compas – Un rapporteur

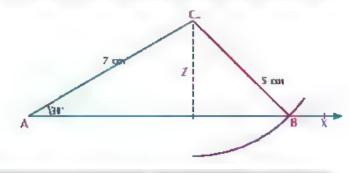
- a Du point A tracez AX
- b Utilisez le rapporteur pour tracer l'angle XAC de 30° de mesure de sorte que AX soit de AC de longueur 7 cm.





deux possibilités pour le triangle ABC, qu'il soit un triangle acutangle ou un triangle obtusangle.





d Comparez entre la longueur de la hauteur (h) du triangle issue du point C . AX et celle de BC. Que-remarquez vous?

On remarque que: z = 3.5 cm , BC = 5 cm , AC = 7cm Cest-à-dire que:  $z \le a \le b$ 

Peut on utiliser la règle de sinus pour trouver les mesures des angles du triangle précédent ?
Pourquoi?

Pour chercher la possibilité de résolution du triangle ABC. On détermine la distance entre le point C et  $\overline{AB}$  soit z. z. bsin.A. C'est à dire, z.  $7 \sin 30 - 3 \frac{1}{2}$  cm. Puisque  $\angle$  B est aigu et , z  $\leq$  a  $\leq$  b alors il y a deux valeurs de la mesure de l'angle B l'une

Puisque  $\angle$  B est aigu et ,  $z \le a \le b$  alors il y a deux valeurs de la mesure de l'angle B l'une pour la mesure de l'angle aigu et l'autre pour la mesure de son supplémentaire. On utilise la règle de sinus comme survant

b a C'est à dire que : 
$$\frac{7}{\sin B} = \frac{5}{\sin 30}$$
 d'où :  $\sin B = \frac{7 \times \sin 30^{\circ}}{5} = 0.7$   
Done m( $\angle B$ )  $\approx 44^{\circ} 25^{\circ} 37^{\circ}$ 

Donc la mesure de l'angle supplémentaire ~ 180° 44° 25° 37° ~ 135° 34° 23°

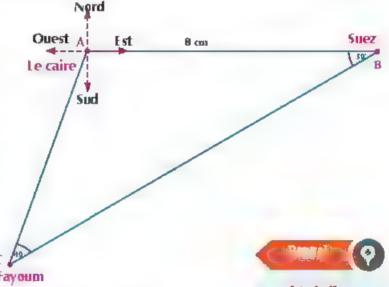
Application sur l'activité : LMN est triangle dans lequel  $\ell=12~{\rm cm}$  , m=15 cm et m( ${}^{\prime}$ L) 40° Démontrez qu'il ya deux valeurs possibles de la mesure de l'angle M puis déterminez les

Utilisé de la calculatrice pour résoudre des exercices et des activités sur la règle de sinus.

# -

### Activité 2

La figure ci contre représente les positions de trois villes égyptiennes. Si la distance entre le Suez et le Caire est 8 cm, la mesure de l'angle dont le sommet est Suez est 30° et la mesure de l'angle dont le sommet est Fayoum est 40°. Sachant que 1cm sur le dessin représente 16,75 km en réalité.



a Peut-on trouver m(/A)? Fayoum

 $m(\angle A) = 180^{\circ} (30^{\circ} + 40^{\circ}) = 110^{\circ}$  $1 = 8 = 0 \rightarrow 1 = 3 = 0 + 4 = 0 = 12$ 

b Comment peut on trouver la distance entre le Caire et Suez ?

La longueur réelle — la longueur sur le dessin l'échelle

AB — 8 ÷ 16.75 + 134 km.

Longueur réelle = longueur sur le desan Echelle

Longueur sur le dessin = Longueur réelle × Echelle

### Unité 4: Ingonometr

Comment peut on trouver la distance entre le Caire et Fayoum?

On utilise la règle de sinus comme suivant:  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 

C'est-à-dire que: b 134
sin 30° an 40°

d'où b 134 × sm 30° ~ 104km.

134 8 sin 30 f + sin 4 0 f =

d Peut on utiliser la mesure précise pour trouver la distance entre le Caire et Fayoum? Du dessin on trouve que : AC  $\sim$  62 cm. Donc la distance réelle  $\sim$  62  $\pm$   $\frac{1}{1675} \approx$  104km,

Application sur l'activité; Dans l'activité précèdent utilisez la règle de sinus pour vérifier le résultat.



### Complétez :

- 1) Dans un triangle, les longueurs des côtés sont proportionnels aux
- 2 ABC La longueur du côté d'un triangle équilateral est de 10 √2 cm, alors la longueur du rayon du cercle passant par les sommets de ce triangle est égale à
- (3) ABC est un triangle tel que X( / A) =60°, m( C) = 40°, c = 8.4 cm alors a cm
- (4) Dans le tnangle ABC, on a 2 b
- 5 La longueur du diamètre d'un cercle passant par les sommets d'un triangle acutangle ABC est 20 cm BC ← 10 cm, alors m(∠A) → "
- (6) L'aire du triangle équilatéral dont la longueur du coté est 6 cm est égale à

## Choisissez la bonne réponse .

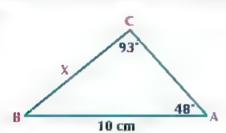
- (7) La longüeur du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC tel que m(.º A) 30° et a 10cm est
  - a 10cm
- b 20cm
- c 5cm
- d 40cm
- 8 Si la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC est 4 cm et m(...A) 30° alors a
  - a 4cm
- <u>b</u> 2em
- **c** 4√3
- d 1/6

- 9 Dans le tnangle ABC; l'expression 27 sin A
  - 8

- b b
- CC
- d A(AABC)
- (i) Si r est la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle XYZ, alors alors yest égale à
  - a r

- b 2 r
- $\frac{1}{2}$ r
- d 4 r
- 11) LMN est un triangle tel que m(L) 30°, MN 7cm, alors la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle est égale à
  - # 7cm
- b 35cm
- 9 14cm
- d  $\frac{14}{\sqrt{3}}$

- 12 Dans le triangle XYZ si 3 sin X 4 sin Y 2 sin Z alors x, y Z est égale à
  - a 2:3:4
- b 6:4:3
- 6 3:4:6
- d 4:3:6
- (13) En utilisant la loi des sinus, déterminez la longueur de x à un décimale près



b B 21 X 7,3 cm X

Résolvez le triangle ABC dans chacun des cas suivants:

- (14) m( $\angle A$ ) = 75°, m( $\angle B$ )= 34°, a = 10,2cm
- (15)  $m(\angle A) = 19^{\circ}$ ,  $m(\angle C) = 105^{\circ}$ , c = 111cm
- (16) m(...A) 116°, m(...C) 18°, a 17cm
- (57) m(-A)  $-36^\circ$ , m(-A)  $= 77^\circ$ , b = 25 cm
- (18)  $X(\angle A) = 49^{\circ} 11'$ ,  $m(\angle B) = 67^{\circ} 17'$ , c = 11.22cm
- (19) X(∠B) 115° 4', m(∠C) 11° 17', c= 516.2cm

Déterminez la longueur du diamètre du cercle circonscrit au triangle ABC dans chacun des cas suivants :

(20) m(/A) 75°, a 21cm

21) m(/B)= 50°, b - 90cm

(22) m(∠C)= 102°, c = 11cm

23) m(ZA) = 70°, a = 8.5cm



Activité

(24, 25; 26)

Dans chacun des cas suivants, déterminez les mesures des angles B et C du triangle ABC pour vérifier les conditions données. Tracez des figures pour vous aider à déterminer s'il y a une ou deux Solution(s).

- (24) m(∠A) 62°, a 30cm, b=32cm
- (25) m(4B) 48°, a 93 cm, b 125 cm
- 26 m(∠A) = 23.6°, a = 9.8cm, b = 17cm
- 27 ABC est un triangle tel que m( \_A) 67° 22', m( C) 44° 33' et b 100 cm, Trouvez le périmètre et l'aire du triangle ABC
- 28 Dans le triangle XYZ y 68,4cm, m(ZY) 100", m(ZZ) 40", trouvez x et longueur du rayon circonsent au triangle XYZ puis déterminez l'aire du triangle.
- (29) Si le pénmètre du triangle ABC est 30cm X(∠A) 22° 37′, m(∠B) 67° 23′, calculez a et b à un cm près
- (30) Si le périmètre du triangle ABC est 450 cm, m( B) 82°, m( C) 56°, trouvez la valeur de a

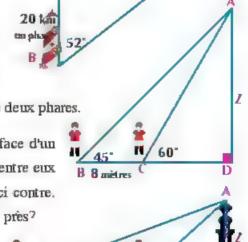
- (a) ABCD est un parallélogramme dans lequel AB 18.6 cm, m(∠ CAB) 22' 36", m(∠ D B A) 38' 44", Calculez les longueurs de AC et l'aire du parallélogramme.
- 32 ABCD est un trapeze où  $\overline{AD}$  //  $\overline{BC}$  ,  $\overline{CE}$  22.3 cm,  $\overline{m}(\angle D)$  = 115°,  $\overline{m}(\triangle A CB)$  = 15°32°,  $\overline{m}(\triangle B)$  = 66°, Calculez les longueurs de  $\overline{AC}$  et de  $\overline{CB}$ .
- 23 La longueur d'un côté d'un pentagone régulier ABCDE est 18,26 cm. Calculez la longueur de la diagonale AC.
- 35 ABCD est un quadrilatère tel que X(\( 'BCD\) 85°, m(\( 'CDA\) 87°, m(\( BCA\) 36°, m(\( BDA\) 55°, CD 100cm, Calculez les longueurs de BD et de AC \( BD\), \( AC\)
- 36 ABC est un triangle, tel que a 58 cm, m(√B) = 38°, m(∠C) = 62°, Calculez la distance entre le point A et la droite BC.
- (37) Un terrain sous la forme d'un triangle ABC tel que a 90 m, m( B) 53° 8', m( A) 64° 9', Déterminez son périmètre et l'aire de ce terrain.

### Réflexion créatif;

(38) En lien avec la géographie. Deux phares sont situé sur une même ligne droite du nord au sud et la distance entre eux 20 km. Un bateau se déplace du point C tel que m(∠ACB) → 33° et le gardien de phare est situé en B tel que m(∠ABC) = 52°,

Déterminez la distance entre le bateau et chacun de deux phares.

- 39 En lien avec l'escalade: Adel et Karim sont en face d'un mur de roche, ils veulent le grimper et la distance entre eux est de 8 mètres, comme indiqué dans la figure ci contre. Quelle est la hauteur du mur de roche à un dixième près?
- 40 Ahmed et Salah sont debout juste en face d'un minaret. La distance entre eux est 50 mètres, comme indiqué dans la figure ci-contre. Quelle est la hauteur du minaret à un dixième de mètre près ?



42

20:35

50 mètres

un phare

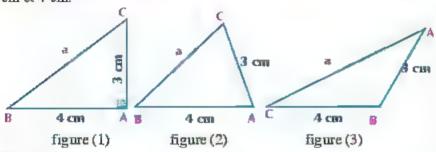
Un bateau

# Loi de cosinus



# Réfléchissez et discutez

Chacun des triangles suivants dont les longueurs de deux côtés sont 3 cm et 4 cm.



- a Dans la figure (1), m(∠A) droit, trouvez a.
- Quelles sont les valeurs possible de "a" dans le cas où \( \times \) A est aigu? (figure 2)
- Ouelles sont les valeurs de "a" dans le cas où ∠ A est obtus? (figure 3)
- d dans les deux figures (2) et (3) Est ce qu'on peut résondre le triangle étant donné ( A) en utilisant la loi des sinus? Expliquer votre réponse. La loi (la règle) des cosinus nous aide à résoudre ces tnangles



# A apprendre

# Loi (règle) de cosinus

Dans la figure ci contre: CD 1 AB

Dans le triangle BDC:

 $(BC)^2 = (CD)^2 + (BD)^2$ 

(Théorème de Pythagore)

 $(BC)^2 = (CD)^2 + (AB AD)^2$  En développant

=(CD)2 + (AD)2 + (AB)2 2AB.AD

(AC)2 + (AB)2 2AB.AD

 $a^2 = b^2 + e^2 + 2 bc \cos A$ 

Refléchissez: Trouvez b et c en fonction de a, b, c et les mesure des angles du ABC.



 $(AC)^2 = (AD)^2 + (CD)^2$ AD =AC cos A

### Aliez apprendre



- Lois de cosinus dans un triangle.
- Util sation de la foi de cosinus. pour résoudre un triangle.
- Modéiser et résoudre des problemes quotidiens utilisant or and de costous.

### Vocabulaires de base 🕼



- Loi de cosmus
- Angle algu-
- Angle obtus
- Angle desit

### Aides pédagogiques



Calculatrice settre

Formule de la règle de cosinus : Dans un triangle ABC, on a:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2 bc \cos A$$
,  $b^2 + c^2 + a^2 + 2 c a \cos B$ ,  $c^2 + a^2 + b^2 + 2 a b \cos C$ 

### Pensé critique:

- 1) Démontrez la règle de cosmus dans le cas où le triangle ABC est obtusangle.
- (2) La règle de cosmus est elle vraie dans le cas du triangle rectangle ? Justifier votre réponse



### Activité 3

Cherchez dans la bibliothèque de votre école ou en utilisant l'internet pour des autres démonstrations de la loi des cosinis. Les Discuter avec votre professeur

# Déterminé la longueur d'un coté de longueur inconnue d'un triangle



### Exemple

XYZ est un triangle tel que x 24.3 cm et y 22.8 cm, m( Z) 42° Calculez z en arrondissant le résultat à un décimal près

### Solution

En appliquant loi des cosinus

$$z^{1^{2}} = x^{3} + y^{2} - 2x y \cos Z$$

$$= (24.3)^{2} + (22.8)^{2} - 2 \times 24.3 \times 22.8 \cos 42^{\circ} \approx 286.87$$

$$z \approx 16.9 \text{ cm}$$

Cela en utilisant la calculatrice comme suit:

## Escayoz de résoudre

(1) ABC est un triangle tel que a 72.8 cm, b 58.4 cm et m( C) 64.8° Calculez c

# Trouvé la mesure d'un angle d'un triangle en connaissant ses trois côtés

### Vous avez déjà appris que :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2$$
 bc  $\cos A$  (Règle de cosinus)

C'est à-dire que : 
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
 (Divisant par 2bc)

On peut également déduire:

$$\cos B = \frac{e^2 + \frac{a^2}{a^2} - b^2}{2ca}$$
,  $\cos C = \frac{a^2 + b^2}{2ab}$ 

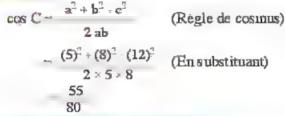
# Utilisé la loi de cosinus dans un triangle pour trouver la mesure d'un angle.

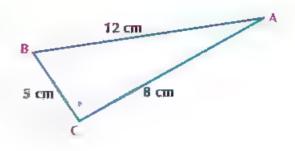


### Exemple

Dans la figure oi-contre : déterminez m(∠C)





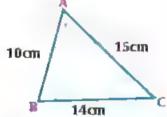


Cela en utilisant une calculatrice

On remarque que cosmus l'angle est négative, alors \(^{\prime}\) C est obtis, on a donc



(2) Dans la figure ci contre : déterminez m(∠A)



# Exemple

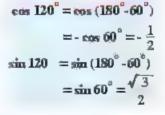
3. Calculez la mesure du plus grand angle du triangle LMN tel que / = 75 cm , m = 12,5 cm et n 17,5 cm. puis démontrez qu'il vérifie la relation.  $\cos N = 3\sqrt{3} \sin N + 5 = 0$ 



# Solution

Le plus grand angle est opposé au plus long côté, alors N est celui le grand angle du triangle

D'où : cos N 
$$\ell^2 + m^2 - n^2 - (7.5)^2 + (12.5)^2 - (17.5)^2 = \frac{1}{2}$$
  
 $\cos N = \frac{1}{2}$   $\therefore m(\angle N) = 120^*$ 



Membre de gauche =  $\cos N = 3\sqrt{3} \sin N + 5 = \cos 120^{\circ} = 3\sqrt{3} \sin 120^{\circ} + 5$  $\frac{1}{2}$   $3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div 5 = 0$  - Membre de droite.

# 📊 Essayoz de résoudre

(3) ABC est un triangle tel que a = 12 cm, b = 15 cm, c = 18 cm Démontrer que m( / C) = 2 m( / A)

## Utilisé la loi de cosinus pour résoudre un triangle

La loi de cosmus nous permet de résoudre un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux.

Résolution d'un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux :



### Exemple

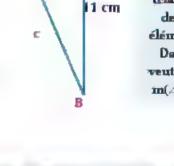
(4) Résoudre le triangle ABC tel que a 11cm, b = 5cm, m(∠C) = 20°



If faut calculer c  $m(\angle A)$ ;  $m(\angle B)$ 

$$c^2 = (11)^2 + (5)^2 + 2 \times 11 \times 5 \cos 20^\circ$$

~ 6.529cm



5 cm



Resoudre un triangle vent dire determiner les éléments inconnus Dans ce cas, on vent déterminet c, m(∠A), m(∠B)

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2}{2b c}$$

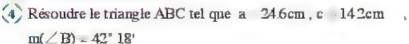
$$-(5)^3 \cdot (6.529)^3 (11)^2 \sim 0.817$$
  
 $2 \times 5 \times 6.529$ 

$$m(\angle B) = 180^{\circ} - [m(\angle A) + m(\angle C)]$$
  
 $180^{\circ} - [144.786^{\circ} + 20^{\circ}]$   
 $= 15.214^{\circ}$ 

c= 6.529cm, m(\( A) - 144° 47' 96"

m(∠B)≈ 15° 12° 50"

# 🚺 Essayoz do résoudro





pour trouver la mesure d'un angle dans un triangle etant donné les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre les deux côtes, il est préférabl d'utiliser la lois de cosinus au lieu de la lois de cosinus.

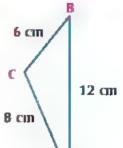
La sinus d'un angle aign on obtus est tojours positive tandis que la cosinus d'angle obtus est tojours positive tandis que la cosinus d'un angle obtus est négative

# Résolution d'un triangle en connaissant les longueurs de ses trois côtés



### Exemple

(5) Résoudre le triangle ABC dans lequel a 6cm, b 8cm, c 12cm



La conclusion Déterminez les mesures des trois angles du triangle

$$\cos A = \frac{b^2 + e^2 - a^2}{2 b e} = \frac{(8)^2 + (12)^2 \cdot (6)^2}{2 \times 8 \times 12} = \frac{43}{48}$$

$$m \ (\angle A) \sim 26^{\circ} \ 23^{\circ} 4^{\circ}$$

$$\cos B = \frac{e^2 + a^2 - b^2}{2 \text{ cs}} = \frac{(12)^2 + (6)^2 + (8)^2}{2 \times 12 \times 6} = \frac{29}{36}$$

# Estayaz de récoudre

(5) Résoudre le triangle ABC tel que a 12,2 cm, b 18,4cm, C 211 cm

## L'écriture en mathématiques:

On suppose que tu connais les mesures des angles d'un triangle, est ce que tu peux utiliser la loi des sinus ou la loi des cosmus pour Calculez la longueur d'un côté ? Expliquer ta réponse

## Applications géométriques sur la loi des cosinus



## Exemple

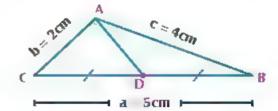
6 ABC est un triangle dans lequel a 5 cm, b 2 cm et c 4 cm, On trace D est le milieu de BC Calculez m(\( \alphi \)C, m(\( \alphi \)CAD)



Dans le triangle ABC

$$\cos C = \frac{a^2 \pm b^2 \cdot c^2}{2 a b}$$

$$= \frac{(5)^2 \cdot (2)^2 \cdot (4)^2}{2 \times 5 \times 2} = \frac{13}{20}$$



Dans le triangle ADC

$$(AD)^2 = (DC)^2 + (AC)^2 - 2DC \times AC \cos C$$
  
=  $(\frac{5}{2})^2 + (2)^2 - 2 \times \frac{5}{2} \times 2 \cos 30^{\circ}27^{\circ}49^{\circ}$   
= 3.7499

$$\cos(\angle CAD) \sim \frac{(AC)^2 + (AD)^2 + (CD)^2}{2 \times AC \times AD}$$
$$\frac{(2)^2 + (1.94)^2 + (2.5)^2}{2 \times 2 \times 1.94} \sim 0.1951$$



9 cm

¢

11 cm

5 cm



### Exemple

7 Enbienaveclagéométrie: ABCD estunquadrilatère telque AB-9 cm, BC = 5 cm, CD = 8 cm, DA= 9 cm, AC= 11 cm, Démontrez que le quadrilatère ABCD est inscriptible.



Dans le triangle ABC

$$\cos B = \frac{(9)^2 \cdot (5)^3 \cdot (11)^2}{2 \times 9 \times 5} = \frac{1}{6}$$

Dans le triangle ADC

$$\cos E = \frac{(9)^{\circ} (8)^{\circ} (11)^{\circ}}{2 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{1}{6}$$

Cest-à-dire que cos D = cos B

D'où 
$$m(\angle D) + m(\angle B) = 180^{\circ}$$

Puisque / D et Bs ont deux

angles opposés et supplémentaires dans le quadrilatère ABCD

ABCD est un quadrilatère un criptible (ce qu'il faut démontrer)

8 cm

# 🔲 Essayez da résoudre

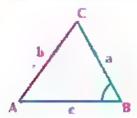
(6) ABCD est un quadrilatère tel que AB 2.7cm . AC  $\approx 7.2$  cm, BC  $\approx 6.3$ cm, CD  $\sim 4.5$ cm .

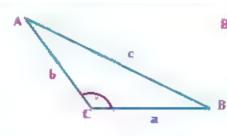
BD 7.2cm. Démontrez que le quadrilatère ABCD est inscriptible Discussion.: En utilisant les données en bleues seulement sur chaque triangle, écrivez la formule de la loi des sinus ou la loi des cosinus pour calculer les lettres inconnue en rouges

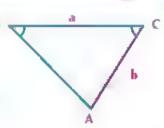


ue le le quadrilatére inseriptible est un polygone dont les sommets appartiement un même cercle (cocycliques) un quadrilatére est inscriptible si il a:

- Deux angles opposés sont supplémentaires.
- La mesure dé l'angle exterieur en un sommet est égale à la mesure de l'angle apposé à son adjacent.
- deux angles situés sur une même base et de même côté de cette base ont la même
- Les sommets sont équidistent d'un point fixe





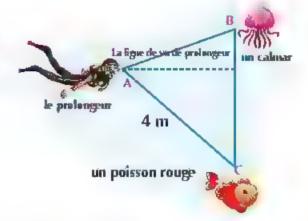


## Applications de la vie courante sur la loi de cosinus

# **Exemple**

# (8) En lien avec le sport et le tourisme:

Dans la figure et contre Un touriste amateur du sport de plongeon dans l'eau de la Mer Rouge pour regarder les rares récifs de corail et les poissons colorés. Une fois de plongeon, quand il a regardé vers le haut d'un angle de mesure 20°, il a vu un calmar qui lui est éloigné d'une de distance de 3



mètres. Quand il a regardé vers le bas d'un angle 40°, il a vu un poisson rouge qui lui est éloigné d'une distance de 4 metres. Quelle est la distance entre le calmar et le poisson rouge?

### De Solution

D'après la figure ci contre, on connaît les longueurs des deux côtés d'un triangle et la mesure de l'angle compris entre eux, pour cela, on peut utiliser la loi des cosinus comme survant

a 
$$b^2 + c^2 + 2b c \cos A$$
  
 $= (4)^2 + (3)^2 - 2 \times 4 \times 3 \cos 60^\circ$   
13

Alors la distance entre le calmar et le poisson rouge est égale à peu près 3,6 m

# 🚺 Essayez de résoudre

7) En lien avec le sport. Ham est un amateur du cyclisme, il roule une distance de 6 km d'un point A à un point B, ensuite il a roulé une distance de 7 km, du point B au point C de telle sorte que m( 'ABC) 79° Quelle est la distance, à un km près entre les deux points A et C



### Exemple

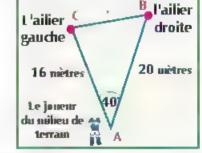
9 En lien avec le sport: Dans un match de football, le joueur du milieu de terrain se trouvant à 20 mètres l'ailier droite. Quand il a tourne d'un angle de mesure 40° il a vu l'ailier gauche se trouve à 16 mètres. Quelle est la distance entre les deux ailiers ? (en arrondissant le résultat à deux décimales près)

## O Solution

Tracez une figure pour représenter la situation, Dans le triangle ABC, la distance AB c

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
  
=  $(16)^2 + (20)^2 - 2 \times 16 \times 20 \cos 40^\circ - 12.87$  mètres

La distance entre les deux joueurs de l'ail est 12,87 mètres environs



## Essayoz de résoudre

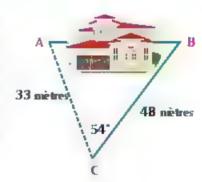
(8) Leux: Dans une station de jeux des voitures électroniques dans la ville d'attraction, comme dans la figure or-contre. Quelle est la distance entre les deux voitures A et B avant qu'elles se heurtent?



# ( E)

# Exemple Mesure indirecte de distance

Dans la figure ci contre: Chadi voulait mesurer la distance entre les deux points A et B qui se trouvent dans deux côtés différents d'un bâtiment. Si Chadi se trouve à la position C dont la distance de A est 33 m. et la distance de B est 48 mètres et m( C) = 54°, comme il est indiqué dans la figure ci contre. Déterminez la distance AB (à deux décimales près).



## Colution

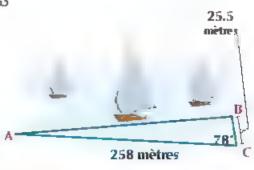
Dans le triangle ABC : Si la distance AB = c

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 ab \cos C$$

$$(48)^2 + (33)^2 + 2 \times 48 \times 33 \cos 54^4 \approx 1530.8963$$

# Esonyoz do résoudre

9 Calcule de distances Sanaa voulait mesurer la distance entre le point A et le point B qui se trouvent au bord du lac. Elle a pris la position C qui se trouve à une distance 258 m du point A et à une distance 25,5 m au point B, Elle a mesuré



C elle l'a trouvée 78°, Calculez la longueur de AB (à deux décimales près)



### Complétez ce qui suit:

- 1 Daris un triangle XYZ, on a: x2 y2 + z2 , cos:
- 2 Si les longueurs des côtés d'un triangle sont 13, 17 et 15 cm, alors la mesure de plus grand angle est cm
- (3) Si les longueurs des côtés d'un triangle sont 5,7 cm, 7,5 cm et 4,2 cm, alors la mesure de plus petit angle est
- (4) ABC est un triangle tel que a 10 cm, b 6 cm et m( C) 60° alors C
- (5) Dans un triangle LMN, on a m2 + n2 12 =

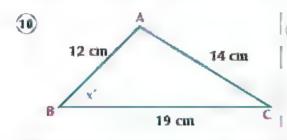
### Choisissez la bonne réponse des réponses proposées:

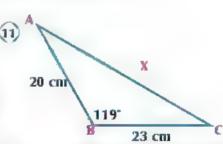
- 6 La mesure du plus grand angle d'un triangle dont les longueurs des côtés sont 3, 5 et 7 est
  - a 150°
- b 120°
- c 60°
- d 30°
- 7 Dans un triangle LMN, l'expression  $\frac{\ell^2 + m^2}{2 \ell m}$  est égale à
  - a sin L
- b cos M
- e cos N
- d sin N

- 8 Dans on triangle XYZ on a y2 + z2 x2 · 2yz
  - a cos X
- b sin Z
- c cos Z
- d sin X
- Dans un triangle ABC si a : b : c = 3 : 2 : 2 alors cos A =
  - a 1 2

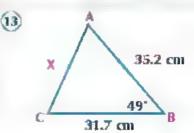
- b 1/8
- $e^{\frac{1}{2}}$
- d 3

Utilisez loi des cosinus pour calculez la valeur de x à un dixième près.





28 cm 17 cm



### Unité 4: Imegnometr

Dans un triangle ABC, si

- 14 a = 5, b = 7 et c = 8, démontrez que  $m(\angle B) = 60^{\circ}$
- (15) a=3, b=5 et c 7, démontrez que  $m(\angle C)$  120°
- (16) a = 13, b = 7 et c = 13, calculez  $m(\angle C)$
- (17) a= 13, b-8 et c= 7, calculez m(\( \alpha \)A)
- (18) a 10, b 17 et c 21, calculez la mesure du plus petit angle du triangle
- 19 a 5, b 6 et c 7, calculez la mesure du plus petit angle du triangle
- (20) a 17, b 11 et m( $\angle$ C) 42°, calculez c à deux decimales près
- (21) b 16 cm, c 14 cm, m(A) 72°, calculez a à deux décimales près
- 22 ABC est un triangle telque a 3 cm, b 5 cm, c √19 cm trouvez

  a m(∠C) b aire du triangle ABC
- 23 ABC est un triangle tel que a 9 cm, b 15 cm et c 21 cm. Calculez la mesure du plus grand angle du triangle, puis démontrer qu'il vénfie cette relation cosc c 5√3 sin c + 8 = 0
- 24 ABCD est un quadrilatère tel que AB 3 cm, AC 8 cm, BC 7 cm, CD 5 cm et BD 8 cm. Prouvez que ABCD est un quadrilatère inscriptible
- 25 ABCD est un quadrilatère tel que AB = 15 cm, BC = 20 cm, CD = 16 cm, AC = 25 cm et m( ACD)= 36° 52′. Calculez longueur du AD a un cm près Puis déterminez l'aire du quadrilatère ABCD
- 26 ABCD est un parallélogramme dans lequel AB 12 cm, BC 10 cm et la longueur du diagonale BD est égale à 14 cm. Calculez la longueur du diagonale AC à un cm près
- 27 ABCD est un quadrilatère ayant BC 78 cm, CD 96 cm, m(\(\neq\) BCD) 97°, m(\(\neq\) ABD) 72°, m(\(\neq\) ADB) 43°. Calculez la longueur de \(\overline{AB}\)
- 28 ABC est un triangle tel que AB = 16 cm, AC = 24 cm et m(\(\times A\)) 80°, Calculez la longueur de BC Si AD est une bissectrice inténeure de A et coupe BC en D, trouvez la longueur du AD
- 29 En lien avec le sport : Le champ de course sous la forme d'un 1,2km triangle dont les longueurs des côtés sont 1,2 km ; 2 km et 1,8 km. Déterminez la mesure de chacun de ses angles.
- 36 Superficie des terrains: Un terrain sous la forme d'un triangle dont les longueurs des côtés sont 300 m. 210 m et 140 m. En utilisant la loi des cosmus, Calculez l'aire du terrain à un mètre carré près

(31) En lien avec le sport : Kanm joue avec son vélo. Il se déplace du point A au point B, puis au point C à une vitesse 28 km/h, puis il est revenu du point C au point A directement à une vitesse 35 km / h. Combien de annutes faut il pour faire ce parcours ? (donnez un résultat approché à un dixième près)



- (32) L'écriture en mathématiques : Comparer entre les cas dont on utilise la loi des sums pour résoudre un triangle et celui dont on utilise la loi des cosinus
- 33) Décelez l'erreur. ABC est un triangle dans lequel, a 5 cm, b 10 cm, c 7 cm et  $m(\angle A) = 27.66^{\circ}$  trouver  $m(\angle B)$ Solution de Ziad

$$\cos B = \frac{e^{2} + a^{2} - b^{2}}{2ca}$$

$$\cos B = \frac{(7)^{2} + (5)^{2} - (10)^{2}}{2 \times 7 \times 5} \approx -0.3714$$

$$m(\angle B) \approx 1118^{\circ}$$

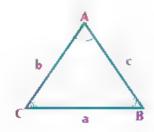
Solution de Karim

### Réflexion créative

- (34) Les longueurs de deux cotés d'un triangle sont  $(\sqrt{10} + 2)$  et  $(\sqrt{10} 2)$  et la mesure de l'angle compns entre eux est egale à 60° Trouvez la longueur du trois ième coté
- (35) ABC est un triangle dans lequel p a 8 cm, p b 6 cm et p c 4 cm où 2p a + b + c. Trouvez la mesure du plus grand angle du triangle.
- 36) ABC est un triangle dans lequel p a 26 cm, b 28 cm et p + a 98 cm où 2p est le pénmètre du triangle. Trouvez les longueurs des côtés du triangle et la mesure du plus petit angle du triangle.
- (37) Si le rapport entre les sinus des mesures des angles d'un triangle est 4 5 6, trouvez le rapport entre les cosinus des angles de ce triangle.
- (38) Dans le triangle XYZ si y (z x) + zx démontrez que m ( Y) 60°

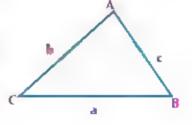
### Résumé de l'unité

- 1 Un triangle a six éléments : trois côtés et trois angles. .
- Résoudre un triangle consiste à trouver les éléments inconnus en fonction des élements donnés, dans cette unité on a utilisé les lois des sinus et des cosinus avec la calculatrice scientifique pour résoudre un triangle et pour résoudre des applications géométriques et de la vie courantes.



- 3 Loi (règle) de sinus : Dans tout triangle, les longueurs des côtés sont proportionnelles aux sinus des angles opposés.

  Donc dans un triangle ABC, on a a b c sin B sin B sin C
  - Nous pouvous utiliser cette loi pour résoudre le triangle dans les cas où on connaît la longueur d'un côté et les mesures de deux angles.



4 Done dans un triangle ABC, on a

> Où r est le rayon du cercle circonsont au tnangle

# 5 Loi de cosinus:

Dans tout triangle ABC, on a:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \qquad \text{on en déduit que} \qquad \cos A \qquad \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
 
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ba \cos B \qquad \text{on en déduit que} \qquad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$
 
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \qquad \text{on en déduit que} \qquad \cos C = \frac{a^3 + b^2 - c^2}{2ca}$$

5 Utilisé la règle de cosinus pour résoudre un triangle :

On peut utiliser la règle de cosimis pour résondre un triangle en connaissant

- les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux.
- les longueurs de ses trois côtés.
- 6 Aire d'un triangle: la moitié du produit des longueurs de deux cotés par la sinus de l'angle compris entre eux.

$$A(\triangle ABC) - \frac{1}{2}ab\sin C - \frac{1}{2}b c\sin A - \frac{1}{2}ca\sin B$$



Con	splétez ce qui suit :			
1	Dans un triangle, les le	ngueurs des côtés so	nt proportionnels aux	
(2)	On peut utiliser la lor connaissant	des cosmus pour è	alculer la longueur d'	un côté d'un triangle en
3	Le côté qui est la plus ;	grande longueur est o	pposé	
4)	On peut utiliser la loi de	s sinus pour calculer l	a long ueur d'un côté d'i	un triangle en connaissant
(3)	Dans un triangle ABC, s	ı on connait a, b et m(	A) on utilise la loi du	pour calculer m(B).
(6)	Dans un triangle XYZ,	si on connant y, z et m(	∠ x) on utilise la loi du	pour calculer x
0	Dans un triangle LMN	si on connait $\ell_i$ in et	n, on utilise la loi du po	our calculer m(/L)
Cho	isissez la bonne réponse	des réponses donnée	5;	
8	XYZ est un triangle tel q	ne x = 15 cm, y = 25 cm	m et $z = 35$ cm, alors la $t$	mesure du plus grand angle
	du triangle est égale à			
	a 150°	b 120°	€ 40°	q 50°
9	ABC est un triangle tel	que a 4 cm . b 7 c	om et m(∠C)=120°, a	alors son aire
	a 14cm <sup>2</sup>	<u>b</u> 7√3 cm <sup>2</sup>	28 cm	d 7√2 em²
(10)	XYZ est un triangle éq	uılatéral de 10√3 cm	n de côté, alors la longi	ueur du dimètre du cercle
	circonscrit au triangle			
	a Scm	b 10cm	5 15cm	d 20cm
(11)	La longueur du rayon	du cercle circonscrit	au triangle XYZ égale	à 5 cm et m(∠X) 30°,
	alors π est egale à ;			
	a 10 cm	b 5cm	6 15cm	d 20cm
(12)	ABC est un triangle tel	que a 5 cm, b 7	cm et c 8 cm, alors	m( 'B) =
	a 30°	b 60°	c 45°	d 120 °
13)	ABC est un triangle tel angle du triangle:	l que a 3 cm , b 5	cm et c= 7 cm, alors	la mesure du plus grand
	a 30°	p 60°	9 45°	d 120 °
(14)	Une question ouverte	: Tracez un t nangle qu	telconque, déterminez t	trois éléments qui contient

a ABC est un triangle tel que a 8 cm, b 15 cm et c 17 cm. Calculez m( C)
 b ABC est un triangle tel que a 8 cm, b 15 cm et c 18 cm. C est un angle aigu ou obtus? pourquoi?

- ABCD est un parallélogramme dans lequel AB 19.77 Les diagonales AC et BD forment deux angles avec son côté AB qui sont 36° et 44° Calculez les longueurs des diagonales
- (17) ABCD est un quadrilatère tel que AB 27 cm, BC 12 cm, CD 8 cm, DA 12 cm et AC 18 cm, Démontrez que AC est une bissectrice de BAD
- 18 Le périmètre du triangle ABC est 80,4 cm, (∠ A) = 52° 17′ et m(∠ B) = 77° 6′ calculez les longueurs des côtés du triangle.
- (19) ABC est un triangle tel que c= 7,6 cm, m (\(\triangle A\)) = 80°, m(\(\triangle B\)) = 47°, calculez le périmètre du triangle et la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle.
- 20 ABCD est un parallélogramme de centre M, AC | 16 cm ,BD = 20 cm et m(\( \alpha \) AMB) | 54° Calculez la longueur du \( \overline{AD} \) à un centimètre pres
- (21) ABC est un triangle tel que BC = 20 cm et m(\_B) = 29°, m(\_C) = 73°, D D est le milieu de BC , Calculez les longueurs de AB et de AD à deux décimales près
- ABC est un triangle tel que AC = 4,7 cm, m(\(\percap B\)) = 34 ° et m(= C) = 66°, Calculez la longueur BC et le périmètre du cercle circonscrit au triangle ABC.
- 23 ABC est un triangle tel que cos A = b = 2,5 cm et c = 2 cm. Démontrez que ABC est untriangle isocèle.
- 24 ABC est un triangle tel que a b c 4 5 6 Déterminez cos A.
- 25) Résoudre le triangle ABC dans lequel b = 11 cm, m( A) = 67° et m (B) 46 °en approchant les longueurs des côtés à un cm près
- 26 Résoudre le triangle ABC dans lequel a 13 cm, c 15 cm, ni( A) 53" 8'
- 27 Le perimètre du parallélogramme ABCD est 30 cm, le rapport entre les longueurs de deux côtés adjacents est 3 2 et m( 'ADC) 60' Calculez la longueur AC.
- 28 ABCD est un trapèze où AD \ BC , AD 263 cm, CD 384 cm, AC 517 cm et m (\( \subseteq BAD \) = 103" 15' Calculez la longueur de BC .
- 29 En le lien avec le sport : Ahmed marche une distance de 8 km dans une certaine direction, puis il tourné d'un angle de mesure 80°, ensure il marche une distance de 9 km. Quelle est la distance entre le point de départ Ahmed le point d'arrive?
- 30 En le lien avec le sport : Dans un matche de football, le joueur de milieu de terrain, se trouve à 20 mètres de l'ailier droite. Il tourne un angle de mesure 40° et il a vu l'ailier gauche se trouvant à 16 mètres. Quelle est la distance entre les deux ailiers?
- 31) En le lien avec le transport: Ahmed prend son moto pour se déplacer du point A au point B, puis au point C à une vitesse 25 km/h, puis il a rentré du point C au point A directement à une vitesse 60 km/h. Déterminez le temps pris dans cette parcours en approchant le résultat 2,5 km à dixième près de la minute.



## Questions à choix multiples

1										
(1)	Sans i	niliser	ипе -	calculatrice:	la	valeur	de	COS	120°	est

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\bar{b} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$

(3) Si sin 
$$\theta$$
 = 46 alors la mesure en degrés de l'angle  $\theta$  est égale à:

(4) La relation reliant entre 
$$\tan \theta$$
 et sec  $\theta$  est :

a 
$$\tan^2\theta$$
 1  $\sec^2\theta$  b  $\sec^2\theta$  1  $\tan^2\theta$  c  $\tan^2\theta$   $\sec^2\theta$  1 d  $\tan^2\theta$  1  $\sec^2\theta$ 

b 
$$\sec^2\theta$$
 1  $\tan^2\theta$ 

$$c \tan^2\theta \sec^2\theta$$

d 
$$\tan^2 \theta + 1 \sec^2 \theta$$

d 
$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$
 cm

# (7) Dans un triangle ABC, b est égale à

# Questions à réponses courtes :

# Sans utiliser une calculatrice, trouvez la valeur de :

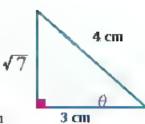
# (10) Trouvez la valeur exacte de:

$$c \cos(\frac{7\pi}{6})$$

b 
$$\sin 45^{\circ} \times \cos 210^{\circ}$$
 c  $\cos (\frac{7\pi}{6})$  d  $\sin \frac{3\pi}{2} \cos \frac{3\pi}{2}$ 

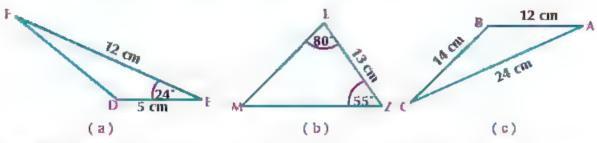
13 Dans la figure ci contre utilisez les les longueurs données pour vénfier que :

$$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta + 1 \Rightarrow \tan^2\theta + 1 \Rightarrow \sec^2\theta$$



# Questions à réponses longues :

14 Résolvez les triangles suivants en arrondissant les longueurs à un dixième prés et les mesures des angles à un degré près



- (15) Si XYZ est un triangle tel que  $m(\angle X) = \frac{2}{3} m(\angle Y) = \frac{1}{2} m(\angle Z)$ , et le rayon du cercle circonsorit au triangle est égale à 10 cm. Calculer le périmètre du triangle XYZ.
- (6) Résoudre le triangle ABC tel que a 12 cm, m(\_C) 66° et c 5 cm en arrondissant la longueur à un centimetre près et la mesure de l'angle à un degré près.
- et m( CBD) 68°, Trouvez la longueur de CD à un centimètre près.
- (18) En lien avec l'histoire: La grande pyramide de Chéops est le monument le plus polémique et qui fait appel à l'imagination, elle est considérée comme une transféré de civilisation dans l'histoire de l'Ancien Egypte. Les ingenieurs à l'époque ont pâti les faces sous forme d'un triangle équilatérale de 230 mètres de cotés. Trouvez la longueur de la hauteur de la face à un mètre près



Vous pouvez servir du tableau ci-joint dans le cas de difficulté de répondre à une question

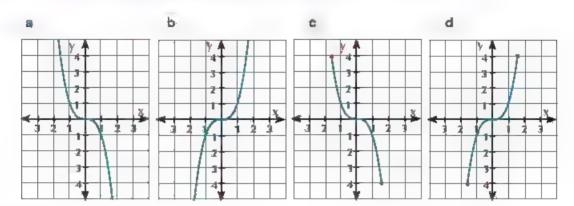
No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Roferez à	Congettore	Competence	Campetent's	Consperence	113	122	114	125	Compelence	Competence	112	123	Compétence	Conspetence anteneures	113	171	112	126

# Epreuves générales

## Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) Si  $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  où  $f(x) = x^3$ , la figure qui représente la fonction f est :



- (2)  $S_1 S_{3-3} = 4^{3-3}$ , alors x |-

- (3) L'ensemble image de la fonction f(x) = x1 est
  - a [0, +∞ [ b ]0, +∞[
- [0] ∞ [ □
- d ] -00 , 01

- (4) Si f(x) 5<sup>3</sup>, alors f(2) -

## Question (2):

- (1) Soit f est une fonction telle que  $f(x) = \frac{1}{x}$  trouvez l'ensemble image de la fonction et le centre de symétrie de la courbe de la fonction puis déterminez l'ensemble des solutions de Péquation  $f(\frac{1}{2}) = 4$
- (2) Tracez la courbe représentative de f telle que ;

$$f(\lambda) = \begin{cases} x^2 & \text{si } -5 \leqslant x \leqslant 2\\ 6 & x & \text{si } 2 \leqslant x \leqslant 5 \end{cases}$$

Du graphique déterminez l'ensemble image et le seus de variation de la fonction.

#### Question (3):

- (1) Tracez la courbe représentative de la fonction telle que f(x) = x 3 en déduisez. l'ensemble image, le sens de variation et la parité de la fonction.
- (2) Trouvez dans R l'ensemble des solutions de chacun de ce qui suit
  - a x 31>5

b b 3 -0

## Question (4):

- 1) Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes
  - a log x log 3 + log 10

. b 9% - 3 × 38 - 0

- 2 Simplifiez:
  - a  $4^{2n-1} \times 2^{1-n}$

b log 54 - log 9

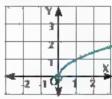
# Épreuve (2)

Algèbre

#### Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

- L'ensemble des solutions de l'inéquation | x | 1 > 0 est;
  - a R [1:1]
- b 7 1: 11
- © R I-1:1[
- d [1:1]
- (2) Si 4 log, x alors la forme exponentielle équivalente est
  - a x2 .4
- $b \ x^4 = 2$
- 6 x= 16
- d x 8
- (3) L'ensemble de définition de la fonction représentée dans la figure or contre est.
  - a [0;00 [
- b 10,00 [
- · [0: 1]
- d 70:21



- (4) Laquelle parmi les fonctions survantes représente une croissance exponentielle sur son ensemble de définition.

  - a  $y=3(1.05)^x$  b  $y=3(\frac{1}{1.05})^x$  c  $y=3\cdot(0.5)^x$  d  $y=(0.05)^x$

## Question (2):

(1) Si f(x) = |x| + |x| + 2|, démontrer que f(2) = f(1)

(2) Utilisez la courbe représentative de la fonction  $f(x) = x^2$  pour tracer la courbe de chacune des fonctions suivantes :

$$f_1(x) + x^2 - 3$$

b. 
$$f_2(x) = (x+1)^2$$

Question (3):

1 Trouvez dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

$$\log_{\lambda} x + \log_{\lambda}(x + 1) = 1$$

2) a Trouvez dans R l'ensemble solution de l'équation. 41 + 21 + 4 8

b Sans utilisez la calculatrice, démontrez que: log<sub>6</sub> 8 + log<sub>6</sub> 27 log<sub>3</sub> 27

Question (4):

(1) Trouvez dans  $\mathbb{R}$  l'ensemble solution de l'inequation suivante  $|x|+1 \leq 2$ 

2 Tracez la courbe représentative de la fonction f telle que  $f(x) = \frac{1}{x}$  l en déduisez l'ensemble image, le seus de variation et la panté de la fonction.

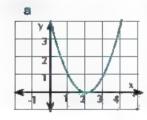
Épreuve (3)

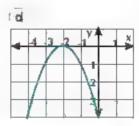
Algèbre

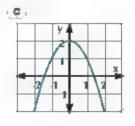
Répondez aux questions suivantes;

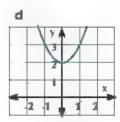
Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) Si f est une fonction telle que  $f(x) = x^2 + 2$ , alors elle est représentée par le graphique









2 L'ensemble solution de l'équation log, at = 1 est :

- a {3}
- b { 3}
- ¢ {3, 3}
- d {1; 1}

3 St 52 1, alors x

a 5

b 3

c 2

**d** 1

(4) La fonction f telle que f(x)est équivalente à la fonction f(x)

a  $\begin{cases} 2 \sin x > 0 \\ 2 \sin x < 0 \end{cases}$  b 2

 $d \begin{cases} 2 \sin x \ge 0 \\ 2 \sin x \le 0 \end{cases}$ 

#### Question (2):

- (1) Utilisez la courbe représentative de la fonction  $f(x) = x^2$  pour tracer la courbe de la fonction g(x) = f(x) + 2, du graphique trouvez l'ensemble image de la fonction g et montrez qu'elle une fonction paire
- (2) Déterminez, algébriquement l'ensemble des solutions de .

a 17 6r+9 < 5

b x +5 - x 3

#### Question (3):

- (1) a Trouvez la valeur de x qui vénfie l'équation 3× 25 en arrondissant le resultat à deux décimales près.
  - b Trouvez la forme la plus simple  $\frac{1 \cdot \log 2}{\log 125}$
- (2) En utilisant la calculatrice, trouvez la forme la plus simple de l'expression :  $\frac{1}{\log_2 30} + \frac{1}{\log_2 30} + \frac{1}{\log_2 30}$

# Question (4):

- (1) Utilisez la courbe représentative de la fonction f(x) = x pour tracer la courbe de la fonction g(x) = x - 1 - 2, du graphique trouvez l'ensemble image de la fonction g et l'équation de l'axe de symétrie.
- (2) Étudiez la parité de chacune des fonctions suivantes ;

 $\mathbf{a} \cdot f(x) = x + \sin x$ 

 $b_{1}(x) = x^{3} + 2x^{2}$ 

# Épreuve (4)

Algèbre

#### Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

1 L'ensemble image de la fonction  $f(x) = \begin{cases} 0 & \sin x > 0 \\ 1 & \sin x > 0 \end{cases}$ 

a {0}

b { 1}

d {0; -1}

#### l'preuves générales

(2) La fonction f est telle que f(x) a' est décroissante sur  $\mathbb{R}$  si

a a-1

b a>1

0 0< a < 1

da 1

3 Les coordonnées du sommet de la courbe de la fonction f telle que  $f(x) = x^2 + 1$ 

a (1;0)

b (1:0)

G (0; 1)

d (0; 1)

(4) Si  $f(x) = 2^T$ , alors f(1) =

a -1

b 1

· c 1

 $\underline{d} = \frac{1}{2}$ 

#### Question (2):

Tracez les courbes représentative des fonctions f et g où f(x) = x + 1 et g(x) = 1 - x. Du graphique trouvez l'aire de la partie triangulaire limitée par les deux droites et l'axe des abscisses

2 Déterminez l'ensemble de solutions de chacune des equation et inequation suivantes

a x 1 -4

#### Question (3):

1 Mettez sous la plus simple forme ;

b 
$$\log_{16} 7 \times \log_{49} 2$$

2 Trouvez l'ensemble de définition des fonctions suivant :

$$2 f(x) = \frac{x}{r^2 - 9}$$

b 
$$g(x) = \sqrt{x+2}$$

## Question (4):

1) Tracez la courbe représentative de la fonction telle que  $f(x) = x^3 - 1$  en déduisez . les coordonnées du centre de la symétrie de la courbe et la parité de la fonction.

(2) Trouvez dans R l'ensemble solution de deux équations suivantes

**b** 
$$\log_3 x + \log_3(x + 2) = 1$$

# Épreuve (5)

Algèbre

#### Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

- (1) log 2 + log5
  - a 1

- b log7
- io log 25
- d 10
- (2) Le nombre d'axes de symétrie de la fonction f telle que f(x) = 5 est
  - a (I: 1)
- b (0,0)
- c (1;0)
- d (0;1)
- (3) L'ensemble de définition de la fonction  $f(x) = \log 3$  (x 2) est x > 0
  - a 3

- b 5
- 0 1

d 2

- 4 Si f(x) = 2; alors f(2x) =
  - 8 2

b 4

0 0

**d** 1

#### Question (2):

1 Tracez la courbe représentative de la fonction telle que:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \le x < 2 \\ 5 & x & 2 \le x \le 5 \end{cases}$$

En déduisez l'ensemble image, le sens de variation et la parité de la fonction.

Trouvez l'ensemble solution, dans R de ;

#### Question (3):

(1) Si  $f(x) = 2^{-x+1}$  Trouvez l'ensemble solution de ce qui suit

**a** 
$$f(x) = 32$$

b 
$$f(x - 2) = \frac{1}{8}$$

Trouvez la valeur de x dans chacun des cas suivant :

$$9.3^{1} \times 4^{3} = \frac{9}{16}$$

$$b = x + \log_1 98 + \log_2 \frac{1}{7} + \log 7$$

#### Question (4):

(1) Tracez la courbe représentative de la fonction telle que f(x)  $\begin{cases} x^2 & \sin x > 0 \\ x & \sin x > 0 \end{cases}$ 

en déduisez l'ensemble image, le sens de variation et la parité de la fonction.

(2) Si f(x) x étudiez la panté de la fonction puis trouvez l'ensemble des solutions de l'équation f(x) = 1.

# Épreuve (6)

# Calcul différentiel et trigonométrie

## Répondez aux questions suivantes;

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

- 1 Dans un triangle ABC a b 8 cm et le périmètre du triangle ABC 26 cm, alors m( \_ C)
  - a 353°

- d 108°

- (2)  $\lim_{r \to 1} \frac{r^2 1}{r 1}$

b 1

- d 3
- (3) Dans un triangle ABC m(\( A \) 30° et a + 6 cm alors \( \frac{b}{\text{in B}} \)
  - 8 3
- , b 6

d 12

- 4  $\lim_{x\to 1} \frac{x^5-1}{x-1}$

b 1

d 20

## Question (2):

1 Calculez les limites suivantes:

a 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^4 + 3x^2 + 6}{2x + x^4}$$
 b  $\lim_{x \to 2} \frac{x + 2}{x - 3}$ 

$$b \lim_{x \to 2} \frac{x+2}{x-3}$$

(2) Dans un triangle ABC  $\frac{1}{2} \sin A$   $\frac{1}{3} \sin B$   $\frac{1}{4} \sin C$  trouvez la mesure du plus grand angle

#### Question (3):

- (1) Calculez les limites suivantes :
- a  $\lim_{x \to +\infty} \frac{4}{\sqrt{x^4 \cdot 5}}$

b 
$$\lim_{x\to 3} \sqrt[4]{x} \frac{1}{x \cdot 3} = 2$$

(2) ABC est triangle dans lequel a 8 cm, b 6cm, m(∠ C) 48°, trouvez son pénmètre

#### Question (4):

1) Calculez les limites suivantes:

a 
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2 \cdot 6x + 9}{x - 3}$$

b 
$$\lim_{x\to 2} \frac{2x^2}{x} = 8$$

(2) Trouvez la longueur du rayon du cercle circonscrit au  $\triangle$  ABC dans les deux cas suivants:

b 
$$m(\angle B) = 50^{\circ}$$

$$m(\angle C) = 65^{\circ}$$

# Épreuve (7)

## Calcul différentiel et trigonométrie

#### Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

1) Dans le triangle LMN : 1 est égale à

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{\sqrt{4\tau'+1}}{t-2}$$

(3) 
$$\lim_{x\to 0} (2x^2 + 3) =$$

(4) Si ABC est un triangle tel que2 sin A 3 sin B 4 sin C alors a b c

## Question (2):

(1) Calculez les limites suivantes:

a 
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^5 - 32}{x - 2}$$

b. 
$$\lim_{x \to 1} \frac{(x-2)^4}{x-1}$$

(2) Sort ABCD un parallélogramme tel que AB 7 cm, les diagonales AC, ED forment avec AB des angles de mesures 65° et 28° respectivement. Trouvez les longueurs de BD et AC

## Question (3):

- (1) Calculez les limites suivantes :
  - a  $\lim_{x\to 3} \frac{x^2}{x^2} = \frac{27}{9}$

$$\frac{1}{x}$$
  $\lim_{x \to x} \frac{4x^2 + 1}{x^2 - 2}$ 

(2) Sont ABCD un quadrilatère tel que AB 9 cm, BC 5 cm, CD 8 cm, da # 9 cm et AC 11 cm, Démontrez que ABCD est un quadrilatère inscriptible

## Question (4):

- 1 Calculez les limites suivantes:
  - a  $\lim_{\tau \to 1} \frac{x^2 + 5x 6}{\tau^2 1}$

2 ABC est un triangle tel que cos  $A = \frac{2}{5}$ ,  $b = 2\frac{1}{2}$ , c = 2cm. Démontrez que ABC est un triangle is ocèle.

# Épreuve (8)

## Calcul différentiel et trigonométrie

#### Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

- (1) Dans A ABC si à 7 cm alors b
  - a 7sin A
- b 7sin B
- e min A
- d sm C

- $\lim_{S \to 0.460} \frac{\sqrt{x^2}}{S} =$ 
  - a ()

b 1

c 2

d -1

- (3)  $\lim_{X\to +\infty} \frac{2+x}{x} =$ 
  - **a** 3

p 0

0 3

- d 1
- 1 Dans  $\triangle$  ABC si  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \cdot \text{alors} \cdot \frac{2 \sin A \cdot \sin B}{a} = \frac{\sin A}{a}$ 
  - a a + b
- b 2a+b
- c a 26
- d 2a b

#### Question (2):

- 1 a S<sub>1</sub>  $\lim_{x\to 2} \frac{a}{x+1} = 4$  trouvez la valeur de a b S<sub>1</sub>  $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}}{x}$
- 2 Résolvez le triangle ABC tel que a= b = 12 cm, c = 8 cm

#### Question (3):

(1) Calculez les limites suivantes

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 \cdot 3x}{x+1}$$

$$(\underline{\mathbf{b}}) \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{3}{x} + \frac{2 x^2 + 1}{x^2 (x^2 + 2)} \right)$$

(2) ABC est un triangle dans lequel m(... A) = 22° 37′, m(... B) = 67° 23′ et son périmètre 30 cm. Calculez a et b à un centimètre près

## Question (4):

(1) Calculez les limites suivantes

a 
$$\lim_{r\to 1} \frac{x^3 \cdot 2x + 1}{r^3 \cdot 1}$$

b 
$$\lim_{x\to 1} (\frac{1}{x} + 3)$$

2 ABC est un triangle dans lequel m( 'B) =35°, m(∠ C) = 70° et la longueur du rayon de son cercle circois crit =30 cm. Calculez l'aire et le pénimètre du triangle à un entrer près

# Épreuve (9)

# Calcul différentiel et trigonométrie

#### Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

1) Dans un triangle ABC on a cos A

(2) 
$$\lim_{x \to 1} {\binom{3}{4}} =$$

(3) 
$$\lim_{x \to 2} \frac{3x^2 - 12}{x+2}$$

(4) Dans un triangle ABC , l'expression  $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$  est égale à  $\frac{1}{2}$  si

d 
$$m(\angle A) + m(\angle B) = 90$$

#### Epreuves générales

#### Question (2):

- ABCD est un parallélogramme dans lequel AC = 10 cm, BD = 8 cm S1 les diagonales et AC . BD se coupent en M et m( 'AMB) = 70°, trouvez le périmètre du parallélogramme.
- (2) Calculez les limites suivantes:
  - a  $\lim_{x\to +\infty} X(\sqrt{4x^2+1} 2x)$
- b  $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

## Question (3):

- 1 Calculez les limites suivantes :
  - a  $\lim_{t\to 2} \frac{x^3}{t^3} \frac{32}{4}$

- b  $\lim_{x \to 1} \frac{3x + 7}{x^2 + 2x + 5}$
- 2 Trouvez la mesure de plus petit angle du triangle ABC sachant que a ± 25cm, b= 20 cm, c=28 cm

## Question (4):

- 1 Calculez les limites suivantes:
  - a  $\lim_{x \to \frac{1}{x}} \frac{x^3}{8} = \frac{1}{4}$

- b  $\lim_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{1}{1}} \frac{x}{4x}$
- (2) Dans △ABC m(∠A) = 36°, m(∠C) = 45° et b = 9 cm Trouvez c et l'aire du cercle circons ent au triangle.

# Épreuve (10)

## Calcul différentiel et trigonométrie

## Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

- 1) Dans le triangle XYZ, l'expression  $\frac{\vec{x} + \vec{y} \cdot \vec{z}^2}{2 \text{ ry}}$  est égale à
  - a cos X
- b sin Y
- c cos Z
- d sin Z
- ② Si ∠ A est le supplémentaire de ∠ C alors cos A + cos C =
  - **a** 0

b 1

c 1

d 1 2

(3) 
$$\lim_{x \to -1} (3x^2) =$$

- a 2
- b 3
- c 4
- d 5

$$\lim_{x \to -2} \frac{1}{|x|} =$$

- b -1
- $d \frac{1}{2}$

#### Question (2):

- (1) Trouvez la mesure de plus petit angle du triangle XYZ sachant que x = 27 cm, y = 35 cm et z = 18 cm
- (2) Calculez les limites suivantes :
  - (a)  $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 3x + 2}{x^3 1}$

 $\lim_{x \to +\infty} \frac{(x+1)(5x-3)}{x^2+3}$ 

## Question (3):

- (1) Trouvez la mesure de plus grand angle du triangle dont les longueurs des cotés sont 7 cm , 8 cm et 9 cm.
- Calculez les límites suivantes;

$$\lim_{x\to 3} \frac{(x-6)^2-9}{x^2-9}$$

b 
$$\lim_{x \to -1} \frac{2x^3 - x^2 - 2x + 1}{x^3 + 1}$$

#### Question (4):

- 1) Résolvez le triangle ABC dans lequel m( \( A \) = m( \( B \) , m( \( C \) = 80° et c = 15cm
- (2) Calculez les limites suivantes:

a 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{9x+4}-2}{x}$$

(b) 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}}{x^{2} - x}$$

#### Réponses de quelques exercices

L'aité (1) Fonctions réelles et tracé des courbes

#### Réponses de quelques exercices de la leçon (1)

- (1) La relation qui représente une fonction est d
- (6) 1 | -∞ , 4] 1 | -2 , ∞| @ R - {0} R - {0} a ]-60 , 4]- {2} ]-m , 8[
- (7) L'ansemble image = ] 1,3]U (-1)

Réponses de quelques exercices de la legon (2)

ø	η	с	'n.	
£	s	r		
ъ	-	۰.	J	

fig	ED	El	5. de variation	
0.7	10.	]- 00. 2]	]-co, O[ cronsante .	
<b>b</b>	32,	[-4,+00]		
c	j.ex, 6]	]-10, [3]	]-so, 4[ crossants . ]-4, 4[ constants ]4, 6] décrossants	
d)	12- (1)	<b>≥</b> {-□}	]- 00, li décrossante   ]1, 40[ décrossante	
2	隆- (-1)	िये, व्य	]- = -1[ décrossante ]-1,+= [ constants	
1.	(0,2)	]D, ∞[	J. es , 2 ( crossants ]2,400 ( décrossants	

Réponses de qualques exercices de la lecon (3)

- (2) fonctions paires (c). (d) fonctions impaires b. e. f. fonctions ni est paire ni impaires (a)
- (a) fonctions paires (a) fonctions impaires (b), (c) fonctions in paires in impaires (d) (e)
- (4) fonctions paires (c) fonctions impaires (a) (d) fonctions ni paires ni impaires (b)

Réponses de quelques exercices de la leçon (4)



fig	E.1	5, de variation
A	[0 + 10]	décrossante sur ]-∞ : D[ :
		croissinte sur 10 , 🗝 [

- B [0,00] Crossante sur ]-00, -3[ eroissante sir 1-2. Di сопитале ]О ∞ [ C ]-so 1[ Crossante aur ]-co, 1] Constante sir 11 400 [ D R- (0) Décroissante sur ]-∞ 0[ processante sar |B +00 [
- (2) c (3) b (4) a (5) b
- (6) c
- (7) g  $(x) = (x 4)^2$   $h(x) = x^2$  $2:1(x) = (x+4)^2 - 3$
- (B)  $g(i) = (i-3)^2$ ,  $h(i) = i^2 4$ 1 (2) (2+4)3-1
- (9) g (6) le 31 , h (6) lel 2 , 1 (1) 1 +31 +2

Réponses de quelques exercices de la legan (5)

- ①(-計劃 ② 4
- (1) (2) (A) C
- (3) B
- (A) H
- 5)f
- (B) d
- (1) 256 (19,3)
- (1,6)
- 金(-25)
- 50) (1)
- 62 (4.1)
- 101-3.51
- (ic) (-1:-7)
- 50 1-1
- in [1,4]
- 501-2,4
  - (60, [-3, 7]
- 新**建**-[-3,-4] 爱**里**-[-4, 3]
- 50 [-5,2]
- 20年1年3日

- 1 x -4 < 3 dou r = 1, 7
- Sept a 3851 < 3,5

Unité (2) Puissances et logarithmes

Réponses de quelques exercices de

la leçon (1)

- (1) a 15
- C 2 nf
- d at Bt e of

Réponses de quelques exercices de la leçon (2)

(1) L'ensemble de définition est le dans le cas ou il énsemble de définition n'est pas donné

L'ensemble image de toutes les fonction es |0;∞ [

les fonction (a) (b) sont croissantes

les fonctions (C) et (d) décroissances

- (D) (a) (0,1)
- B (0.2)
- # 2 = 3 d des et donnes
- **=** 10, 1[
- 1 a -1
- ⑤ € C = 43265341 ( 1+0015) \*
  - **b** C = 58272141 habitants
- (4) R C = 610 (1 + 006)2 b C = 610 (1 ± 0.06) 10 C = 1790848 L.E.

Réponses de quelques exercices de in lecon (3)

- (1) (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) ±5 (#) 1
- (2) b (3) d (4) 0 (5) b

Réparses de quelques exercices de la leçon (4)

- (2) (m) {10}b (123)
  - ia (27) a (15) m {2}

D {3}

- (3) /a,O bl (a.2 d 1
- (s) a 1.176 5 4.755 -2.189

Réponses de quelques exercices de la leçon (5)

- (1) b
- (2) B

(3)0

(A) 8

(3) C

(3) B

Réponses dequelques exercices des Exercic es généraix

1

- B ± 2 B 2
- € 3 € 10.1[
- I y = log. 1
- $\mathbf{g} \ \mathbf{y} = (\frac{1}{2})^{x} \ \mathbf{a} \ \mathbf{1} \ \mathbf{0} \ (0, 2)$
- 1 1
- 1 le 1
- 11

2

- B 3
  - p 0.1 a 2
- d 4
  - e 1
- (F) 3

(3)

- @ {(3)}
- (a (25)

Répunses de quelques exercices de l'Epreuve accumulative

- T [2.00 [ 1 (0) 100 1
- T ( )
- 全面2

- (F) 5

Unite (3) Limites

Répanses de quelques exercices de Inlecon (1)

- Du graphique on trouve que
  - $\lim_{t \to 0} f(t) = 1$
  - f(0) = 1

(2) Du graphique on trouve que.

- im f(x) n'existe pas
- **5**) f(3) =1

Réponses de quelques exercices de laleçon (2)

- 10
- (3)-1
- (A)4
- (a) 32 (a) 32
- (\$)5a4 (1)12
- ma.
- (12)7
- (a) n'a pas de limate
- 54 -1
- (15)8

(a) lim (x2-3x+2)  $=(3)^2 - 3(3) + 2 = 2$  Réponses de quelques exercices de In legan (3)

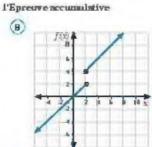
- (i) 1
- 3-7
- 4 +00
- (3)2
- ( +w
- (7) +00 (D) 3
- ( O
- (in) 3
- (12) 1
- (13) 0
- (14)00

Réponses de quelques exercices des

Exercices généraux

- (4)1
- 5 +00
- (D) 0
- (7) lim 447 n'est pas définie
- (a)  $\lim_{n \to \infty} 1 = 3(3)^2 = 27$
- 10 lim 0 16 = 10m (x+2) = 10
- 1) lim 128 = lim 125  $=\frac{7}{3} \times (2)^{7.3} = \frac{7}{3} \times 2^{4}$

Réponses de quelques exercices de



D'apres lafigures

.. f(2) + f(2+)

lim f(4) n'existe pas

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\gamma_n}{2+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{7}{2+5} = \frac{7}{2}$
- b  $\lim_{x\to 0} \frac{4x^2}{3-x} = \lim_{x\to 0} \frac{4x}{3-1} = \infty$
- $\lim_{X \to \infty} \frac{1d}{1} = \lim_{X \to \infty} \frac{\tau}{1} = 1$

Unite (4) Trigonométrie

Répuises de quelques exercices de

laleçon (1)

- (2) 20 cm
- 3 113
- (a) 4
- (3) 30°
- 109 / mm (8) 8
- 分司 (9) B
- 50 b
- 50 C
- 32 d
- 13 € ≈7.4 cm
  - B ≥9.2 cm
- 14 m ( C) = 71' , b = 59cm c = 9.98cm
- 18 m ( B) = 56' , a = 3.741cm : b = 9.527 cm
- 52 m (∠B) = 46°, b = 13.61cm c = 5.845 cm

Répaises de quelques exercices de laleçon (2)

- (1) -1 yz cos x , Y=+Z=+X=
- 3 33° 44' (12/19cm
- 3 2 mm sos L 3 120'
- (f) cos N (h) = 11A9cm
- 50 ≈ 17.71cm
- 2 m ((C) = 60°

a l'aire du mangle ABC =

52 m(\( C) = 120'

Répanses de quelques exercices des Exercices généraux

- 1 les sinus des angles qui sont lu opposé
- (2) les longueurs des cotés ou les longueurs de deux cotés et la mestre de l'angle comprise
- 3 le plus grand angle
- (B) 3

Béponses de quidques exercices de

l'Epreuve accumulative (1) b

- 3 a
- (4) d

#### Réponses de quelques exercices

- 60 10 √∑ cm
- (i2) C =84" 1"15" laire 995cm

#### Epreuves généraux

#### Eprezzo 1

Questron(1)

- (1) b
- (2) b
- (3) 0
- (A) 0

Ouestion(2)

- 1) D = 1 {0} (0 0) E.S = {1}
- (2) EI = [-2, 25]

Décroissante sur ]-5, 0[, croissante sur ]0, 2[, Décroissante sur ]2, 8[ Questron(3)

- E.I = [0 , +oo] Décroussante sur].
   3 [ croussante sur]3 , +oo], ni paire ni impqure
- ② El=k-]-, +[ 8-3
- Question(4)
- (1) (a) 30 (b) ES = {1}
- ② ® ±
- 16) 1

#### Epreuve 25

Question(1):

- (T) a
- (2) c
- (3) b
- (a) a
- Questron(3)
- (I) III
- b {2}
- 2 (1)

Question(A)

- (1)1-1, H
- (2) E D = M {0} , E I = M {-1} Décroissante sur ]-∞, 0[ , décroissante sur ] 0 ; ∞ [ Ni paire ni impaire

#### Epressed :

Question(1)

- (i)d
- (2)0
- (3)b
- (1) a

Question(3)

- (2) 1-2.8[
- (b) {-1}

Question(3)

- OD +
- Question(4)

- (2) impaire
  - 🏮 in bane ur imbane

#### Epreuve-4:

Question(2)

- (2 · (5,3) []
- Question(3)
- 面温

(1) **8** Question (4)

- (0, 1) n'est paure ni impaire
- (2) (2) {7.129}
- (b) {1}

#### Epreure 5 :

Question(1)

- (i) a
- (2) B
- (3) d
- (4) a

Question(3)

- (1) (4)
- **6** (-3)
- (2) (2)
- (1)
- Question(4)
- 2 paire . {1,-1}

#### Epreuve 6 :

Question(2)

- (i) (i) 5
- B | 0
- 2 104° 29°
- Question(3)
- 1 1 -3
- **b** 1/4
- ② péninètres ≥ 20 cmQuestion (4)
- (1) (a) 0
- a 8

#### Epresive 7:

Question(1)

- (1) G
- 2 d
- (3) b
- **④** ₫

614

- Question(2)
- 1 80
- ② 12.7cm , 6.6 cm
- Question (4)
- 金属
- **80**

#### Ерсинго 8:

Question(1)

- 1 b
- 2 b
- (3) d
- (4) d

- Question(2)
- 12
- 由量
- Question(3)

T) [4] 2

(b)2

64

- 3 5cm . 12cm
- Question(4)
- ①  $\frac{1}{2}$

#### Epreuve 9:

- Question (1)
- T)d
- ② c
- 3 d Question(2)
- ①25,24 m
- ② a 1/4 b 1
  Ouestion(3)
- D @ 20
- (2)m(∠B) = 43° 53'
- Question(4)
- 107
- (b) 1/2

b -5

(2)6.4 cm ; aut = 652 cm2

#### Eprenye 10 :

Question(1)

- (f) e
- (2) a
- 3 b
- 40
- Question(2)
- (1) 30°24°
- (2) a 4 5 5
- Question(3)
- Question(4):
- 2 E
- in paire in impaire

16 2